MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Cơ sở kỹ thuật điều khiển tự động (ĐKTĐ) là phần chủ yếu của kỹ thuật điều khiển. Kỹ thuật ĐKTĐ là kiến thức cơ sở của các ngành kỹ thuật tự động trong lĩnh vực điện tử, điện động lực, hàng hải... Từ hội nghị lần thứ I năm 1960 của liên đoàn điều khiển tự động quốc tế đến nay, kỹ thuật ĐKTĐ đã phát triển không ngừng và tách thành nhiều hướng nghiên cứu sâu và rộng.

Những năm 1970 về trước, công cụ để nghiên cứu kỹ thuật ĐKTĐ còn đơn sơ. Từ năm 1970 đã có một sự phát triển mới, đặc biệt trong lĩnh vực điều khiển vũ trụ, công nghiệp và quốc phòng. Nhưng sang thập kỷ 80 khi kỹ thuật vi xử lý và máy tính được ứng dụng rộng rãi trong nghiên cứu khoa học và trong các nghành kinh tế, kỹ thuật thì hướng nghiên cứu và ứng dụng của kỹ thuật ĐKTĐ lại chuyển sang cuộc cách mạng mới. Đó là hướng ứng dụng điều khiển có máy tính, từ các hệ thống online đến các hệ thống điều khiển phân cấp có máy tính điều khiển.

Giáo trình Cơ sở kỹ thuật ĐKTĐ dùng cho ngành Điện – Điện tử nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức về phân tích, đánh giá và hiệu chỉnh một hệ thống ĐKTĐ.

Giáo trình này là tài liệu học tập cho sinh viên ngành Điện – Điện tử cũng như tài liệu giảng dạy cho giảng viên của Bộ môn Công nghệ kỹ thuật Điện - Điện tử, đồng thời là nguồn tài liệu quý giá cho những sinh viện học tập qua mạng trong nhà trường.

Giáo trình này là những nội dung cô đọng sát với chương trình đào tạo tín chỉ hiện nay ngoài ra còn có những kiến thức mở rộng cho những sinh viên khá giỏi.

Nội dung của giáo trình gồm 5 chương:

Chương 1. Khái quát về hệ thống điều khiển tự động

Chương 2. Mô tả toán học hệ thống điều khiển tự động

Chương 3. Khảo sát tính Ổn định của hệ thống điều khiển tự động

Chương 4. Khảo sát chất lượng hệ thống điều khiển tự động

Chương 5. Tổng hợp hệ thống điều khiển tuyến tính

Tác giả chân thành cám ơn sự đóng góp những ý kiến quý báu của các thầy cô giáo trong bộ môn Công nghệ kỹ thuật Điện – Điện tử, các phòng ban chức năng trong việc xây dựng giáo trình này.

Mặc dù tác giả đã có nhiều cố gắng, song không thể tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi mong muốn và hoan nghênh mọi ý kiến đóng góp của bạn đọc. Ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ: Bộ môn Công nghệ Kỹ thuật Điện – Điện tử, khoa Sư phạm kỹ thuật, Trường ĐH KTCN Thái Nguyên

Tác giả

Trần Thị Thanh Huyền

CHƯƠNG I
KHÁI QUÁT VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.1. KHÁI NIỆM CHUNG

1.1.1. Các khái niệm cơ bản

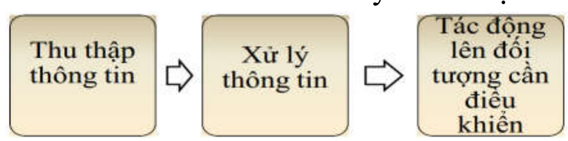
Lý thuyết điều khiển tự động là cơ sở lý thuyết của một ngành khoa học, nó nghiên cứu những nguyên tắc thành lập hệ tự động và các qui luật của các quá trình xảy ra trong hệ. Từ đó xây dựng được các hệ tối ưu hoặc gần tối ưu bằng những phương pháp kỹ thuật, đồng thời nghiên cứu quá trình tĩnh và động của hệ thống đó.

Với những phương pháp hiện đại của lý thuyết điều khiển tự động, chúng ta có thể lựa chọn được cấu trúc hệ thống hợp lý, xác định trị số tối ưu của các thông số. Đánh giá tính ổn định và các chỉ tiêu chất lượng trong quá trình điều khiển.

Một vài khái niệm có tính chất chung nhất của kỹ thuật điều khiển trong các ngành khoa học khác nhau không kể đến đặc điểm cụ thể, nguyên lý tác động và công dụng của các hệ thống đó, các khái niệm đó là:

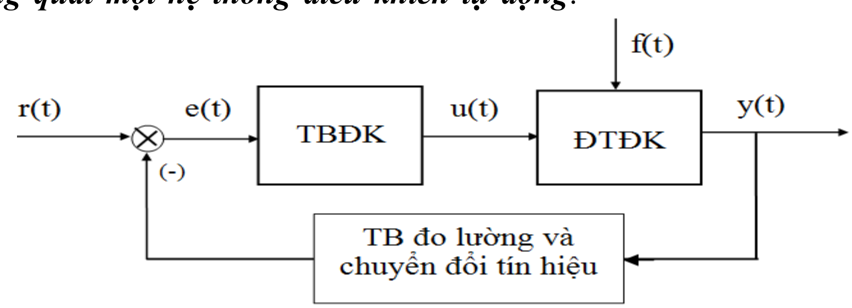
a. Điều khiển

Là tập hợp tất cả các tác động được thực hiện lên đối tượng cần điều khiển theo một nguyên tắc, một quy luật nào đó nhằm thoả mãn các yêu cầu đặt ra.



Một hệ thống không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển được gọi là hệ thống ***điều khiển tự động***.

b. Sơ đồ tổng quát một hệ thống điều khiển tự động:



Hình 1.1. *Sơ đồ tổng quát một hệ thống điều khiển tự động*

Trong hệ thống ĐKTĐ luôn tồn tại hai thành phần cơ bản nhất là: Đối tượng điều khiển (ĐTĐK) và thiết bị điều khiển (TBĐK) hay còn gọi là Bộ điều khiển.

c. Đối tượng điều khiển (ĐTĐK)

ĐTĐK là các thiết bị tạo ra đại lượng vật lý theo yêu cầu của công nghệ.

ĐTĐK thường là các động cơ bước, động cơ DC, AC, động cơ thủy lực khí nén, lò hơi...

ĐTĐK có đầu vào là 1 tín hiệu kích thích u(t) thích hợp, và đáp ứng đầu ra y(t) là thông số công nghệ nào đó, y(t) được gọi là đại lượng cần điều khiển. Lấy ví dụ, lò điện trở là một ĐTĐK và nhiệt độ của lò là đại lượng cần điều khiển y(t). Để đảm bảo cho nhiệt độ của lò cố định hay thay đổi theo một nhu cầu nào đó thì ta phải thay đổi được tín hiệu kích thích u(t) là điện áp cấp cho lò.

Các tác động thay đổi điện áp cấp cho lò để nhiệt độ của lò đạt được giá trị mong muốn gọi là tác động điều khiển. Trong hệ thống điều khiển bằng tay thì các tác động này đều do con người thực hiện, còn trong hệ thống điều khiển thì do thiết bị điều khiển (TBĐK) thực hiện.

d. Thiết bị điều khiển (TBĐK)

TBĐK là thiết bị gia công tín hiệu điều khiển để tác động vào đối tượng điều khiển.

TBĐK được tích hợp các thuật toán ĐK, tức là có 1 luật ĐK nhất định.

TBĐK thường là PLC, biến tần, vi điều khiển, máy tính...

e. Thiết bị đo lường và chuyển đổi tín hiệu:

- Là thiết bị gia công tín hiệu phản hồi để đưa trở lại đầu vào của hệ thống.
- Các tín hiệu phản hồi thường lấy về thường là các đại lượng không điện như: tốc độ quay, nhiệt độ, áp suất, lực, mức...
- Cần có thiết bị để đo các tín hiệu đó và chuyển về tín hiệu điện tương ứng với tín hiệu đầu vào của hệ thống.
- VD: Tachometer, encoder, máy phát tốc...Pt100, Pt56, cặp nhiệt ngẫu...

f. Tín hiệu điều khiển

Tín hiệu là hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin thông số kỹ thuật và được truyền tải bằng đại lượng vật lý.

r(t): Tín hiệu vào (tín hiệu đặt)

y(t): Tín hiệu ra.

u(t): Tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng điều khiển.

f(t): Tín hiệu nhiễu loạn tác động vào hệ thống.

e(t): Tín hiệu sai lệch

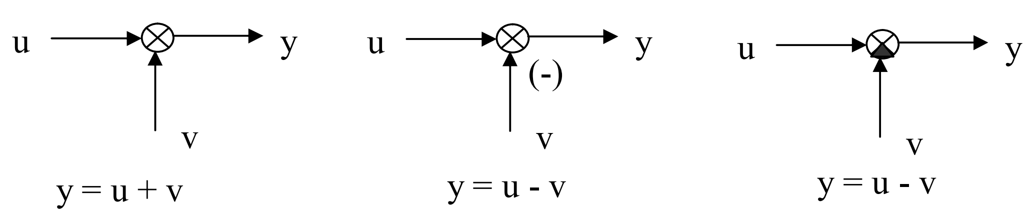
Tín hiệu điều khiển là tín hiệu phù hợp để tác động vào ĐTĐK.

- Hệ đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ không đảo dấu.

- Hệ dao động: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dt}$ đảo dấu.

g. Bộ cộng: Có nhiệm vụ tông hợp những tín hiệu đi vào nó.

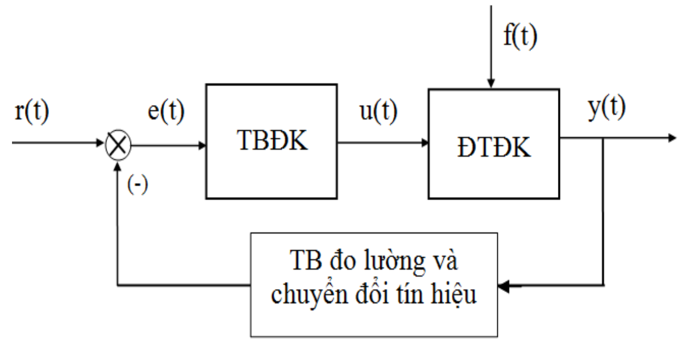
Được biểu diễn bằng 1 vòng tròn gạch chéo. Nếu tín hiệu cộng vào nhau thì ô quạt để trắng, nếu tín hiệu trừ đi nhau thì ô quạt bôi đen hoặc ghi dấu (-) (Hình 1.2).



Hình 1.2. *Bộ cộng tín hiệu*

h. Phản hồi

Là mối liên hệ ngược trích một phần năng lượng ở đầu ra quay lại khống chế đầu vào.



Hình 1.3*. Một hệ thống điều khiển tự động có khâu phản hồi*

Bao gồm các loại phản hồi sau:

- Phản hồi âm: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn ngược dấu nếu là một chiều và ngược pha nếu là xoay chiều, có tác dụng giữ ổn định cho hệ.

- Phản hồi dương: là mối liên hệ phản hồi mà tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn cùng dấu nếu là một chiều và cùng pha nếu là xoay chiều, có tác dụng nâng cao hệ số khuếch đại và tạo nên hệ tự kích.

- Phản hồi cứng: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ cả ở chế độ quá độ và chế độ xác lập nhưng hiệu quả cơ bản là ở chế độ xác lập còn ở chế độ quá độ ít hiệu quả (thường bỏ qua), có tác dụng nâng cao chất lượng xác lập. Để tạo phản hồi cứng phải dùng các thiết bị có tính tỷ lệ như máy phát tốc, can nhiệt, mạch điện tử...

- Phản hồi mềm: là mối liên hệ phản hồi mà nó tham gia làm việc trong hệ ở chế độ quá độ còn chế độ xác lập không tham gia, có tác dụng nâng cao chất lượng quá độ. Để tạo phản hồi mềm phải dùng các thiết bị có tính vi, tích phân như mạch R-C; R-L, cầu mềm (cầu động), biến áp vi phân...

Tổ hợp của bốn loại phản hồi trên tạo ra: Phản hồi âm cứng, dương mềm, âm mềm, dương cứng tuỳ theo từng trường hợp thực tế với yêu cầu cụ thể.

1.1.2. Nhiệm vụ môn học

Cơ sở kỹ thuật ĐKTĐ đi giải quyết hai bài toán:

Bài toán 1: Bài toán phân tích hệ thống: Cho một hệ thống điều khiển đã có sẵn yêu cầu chúng ta đánh giá lại các chỉ tiêu như: hệ thống có làm việc được hay không, chất lượng của hệ ra sao, các thông số điều khiển và đại lượng điều khiển có trong phạm vi cho phép không... Nếu chưa thoả mãn yêu cầu thì ta phải hiệu chỉnh lại, sữa chữa.

Bài toán 2: Bài toán tổng hợp hệ thống: Bài toán tổng hợp hệ thống được sử dụng bằng hệ điều khiển chưa có, có tác dụng tạo nên hệ điều khiển mới theo yêu cầu, muốn vậy ta phải qua các bước:

B1: Xuất phát từ yêu cầu công nghệ ta phân tích, tìm ra các chỉ tiêu điều khiển.

B2: Từ các yêu cầu điều khiển ta thiết kế sơ đồ khối hệ điều khiển.

B3: Thiết kế sơ đồ nguyên lý của từng khối.

B4: Xây dựng sơ đồ nguyên lý của toàn hệ thống.
B5: Tính chọn các thông số của các phần tử có trong sơ đồ nguyên lý.
B6: Giải quyết các thông tin điều khiển trên cơ sở áp dụng bài toán 1 ta sẽ được các thông số điều khiển và so sánh với yêu cầu công nghệ, nếu thoả mãn công tiến hành lắp ráp. Nếu không thoả mãn thì ta hiệu chỉnh lại. Nếu hiệu chỉnh không được thì ta phải thiết kế lại từ đầu và quá trình được lặp lại đến khi nào thoả mãn yêu cầu thì thôi.

Trong khi phân tích và tổng hợp hệ thống điều chỉnh tự động luôn luôn phải chú ý tới 2 chỉ tiêu quan trọng:

- Đảm bảo chất lượng cần thiết của quá trình điều chỉnh;
- Phải lựa chọn được cấu trúc của thiết bị điều khiển đơn giản nhất để dễ dàng thực thi, dễ sử dụng và độ tin cậy cao.

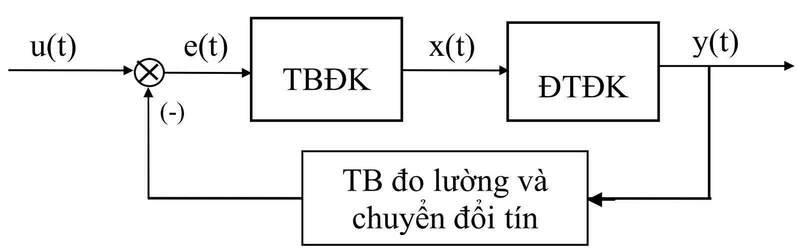
1.2. NHỮNG NGUYÊN TẮC ĐIỀU KHIỂN CƠ BẢN

1.2.1. Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa trên sự sai lệch của lượng ra thực tế so với yêu cầu (đặt ở đầu vào).

$$x(t) = f[y(t) - u(t)] = f[e(t)]$$

Sơ đồ cấu trúc như sau:

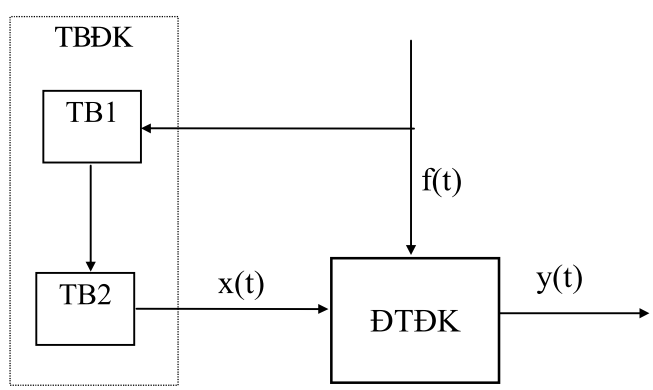


Hình 1.4. *Hệ điều khiển tự động sử dụng nguyên tắc điều khiển theo sai lệch*

1.2.2.Nguyên tắc điều khiển theo nhiễu loạn (bù nhiễu)

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa trên đo tín hiệu nhiễu và tạo hàm điều khiển để khử nhiễu ở đầu ra. x(t) = f[f(t)].

Những hệ thống được xây dựng theo nguyên tắc này là những hệ thống hở (không có phản hồi). Sơ đồ cấu trúc như sau:



Hình 1.5. *Hệ điều khiển tự động sử dụng nguyên tắc điều khiển theo nhiễu loạn*

Trong đó:

TB1 là thiết bị để đo nhiễu.

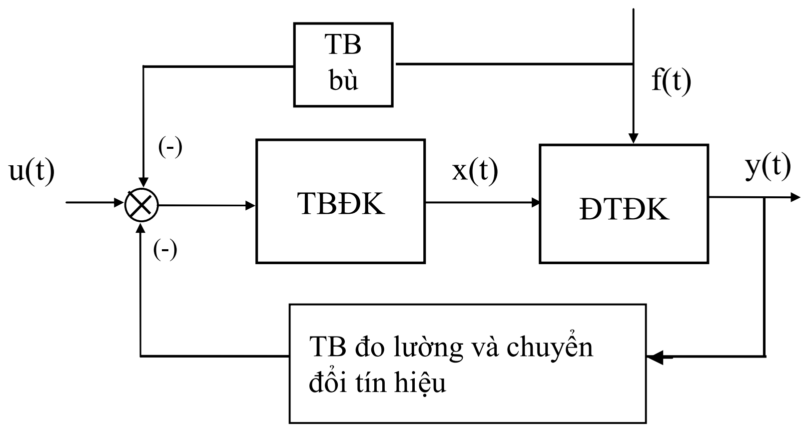
TB2 là thiết bị để tạo ra tín hiệu điều khiển x(t).

1.2.3.Điều khiển hỗn hợp (theo sai lệch và bù nhiễu)

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển x(t) được thành lập dựa vào sự tổng hợp của hai phương pháp trên.

x(t) = f[e(t),f(t)]

Sơ đồ cấu trúc tổng quát như sau:

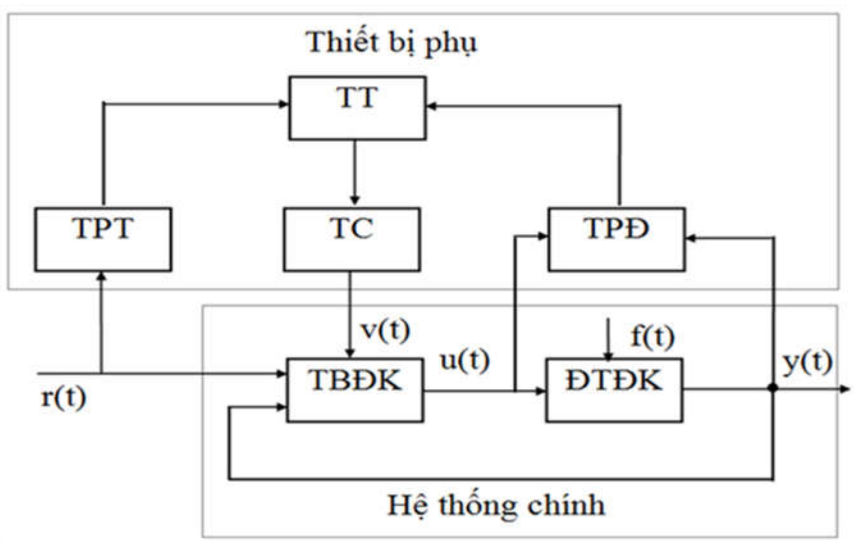


Hình 1.6. *Hệ điều khiển tự động sử dụng nguyên tắc điều khiển hỗn hợp*

1.2.4. Nguyên tắc điều khiển thích nghi

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển u(t) được thành lập dựa vào tất cả các yếu tố ảnh hưởng đến đại lượng cần điều khiển.

Sơ đồ tổng quát của hệ điều khiển thích nghi:



Hình 1.7. *Hệ điều khiển tự động sử dụng nguyên tắc điều khiển thích nghi*

TPT: Thiết bị phân tích tín hiệu vào (Tốc độ, gia tốc của tín hiệu vào…)

TPĐ: Thiết bị phân tích đối tượng (Xác định đặc tính động học của ĐTĐK)

TT : Thiết bị tính toán (Xác định phương pháp biến đổi đặc tính của TBĐK chính)

TC : Thiết bị chấp hành (Có nhiệm vụ chỉnh định TBĐK theo các tín hiệu nhận được từ thiết bị tính toán)

v(t) : Là hàm tự chỉnh, là hàm đa tham số: v(t)=f[r(t),u(t),f(t)…]

1.3. PHÂN LOẠI CÁC HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG

Hệ thống điều khiển tự động rất đa dạng, tuỳ thuộc vào các quan điểm khi phân loại mà ta có các cách phân loại khác nhau.

1.3.1. Phân loại theo nhiệm vụ

- Hệ điều khiển giữ ổn định: là hệ khi lượng vào là giá trị đặt trước (chủ đạo) thì lượng ra biến đổi xung quanh giá trị yêu cầu với sai lệch nào đó. Ví dụ hệ điều khiển tự động giữ ổn định điện áp đầu ra máy phát; hệ tự động giữ ổn định nhiệt độ lò; hệ tự động giữ ổn định tốc độ trên trục động cơ... Để tạo ra hệ điều khiển này ta phải dùng phản hồi âm và để giữ ổn định đại lượng vật lý nào ta dùng phản hồi đại lượng đó.

- Hệ điều khiển theo chương trình: là hệ thống khi lượng vào biến đổi theo quy luật nào đó thì lượng ra cũng biến đổi theo quy luật ấy. Qui luật vào được gọi là chương trình điều khiển, nó có thể là quy luật theo không gian hoặc thời gian, có thể là liên tục hoặc rời rạc theo thời gian. Hiện nay quy luật được tạo nên do phần mềm điều khiển.

- Hệ điều khiển tuỳ động: là lượng ra biến đổi theo đúng quy luật của lượng vào nhưng lượng vào là hàm bất kỳ của không gian và thời gian hoàn toàn không biết trước, để tạo ra hệ này phải gồm hai phần:

+ Hệ điều khiển theo chương trình.

+ Thiết bị đo các đại lượng vật lý thực tế và gia công tạo chương trình điều khiển đầu vào.

Ví dụ: hệ điều khiển theo hướng của rađa, các hệ điều khiển xe tự hành...

1.3.2 Phân loại theo phương pháp tác động

- Hệ điều khiển trực tiếp: là hệ chỉ có thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển, với ưu điểm là đơn giản nhưng nhược điểm là sai số điều khiển lớn nên nó phù hợp với thiết bị gia đình như bàn là, nồi cơm điện, tủ lạnh...

- Hệ điều khiển không trực tiếp: là hệ ngoài thiết bị đo lường và cơ cấu điều khiển còn có khâu khuyếch đại trung gian (khuyếch đại sai lệch) có ưu điểm là độ chính xác cao nên thường là các hệ điều khiển dùng trong công nghiệp.

1.3.3. Phân loại theo nguyên tắc tác động

- Hệ điều khiển liên tục: là hệ mà tín hiệu được xử lý trong hệ là tín hiệu liên tục theo thời gian, thiết bị sử dụng trong hệ là thiết bị tương tự và tính toán theo hệ thập phân.

- Hệ điều khiển rời rạc (hệ điều khiển xung -số): là hệ chỉ cần có một tín hiệu trong hệ là hàm rời rạc theo thời gian. Thiết bị được sử dụng trong hệ có thiết bị số và tính toán theo hệ nhị phân.

- Hệ điều khiển Rơle: là hệ mà trong nó tồn tại phần tử làm việc theo đặc tính rơle.

1.3.4. Phân loại theo mô tả toán học

- Hệ tuyến tính: là hệ trong quá trình làm việc thông số của các phần tử không thay đổi hay là hệ thống có các phần tử được mô tả bởi phương trình vi phân tuyến tính. Đặc trưng cơ bản của hệ tuyến tính là chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

- Hệ phi tuyến: là hệ trong quá trình làm việc chỉ cần một thông số nào đó biến đổi hoặc có ít nhất một phần tử trong hệ là phi tuyến. Hệ phi tuyến không chịu tác động của nguyên lý xếp chồng.

1.3.5. Phân loại theo khả năng thích nghi

- Hệ không tự động thích nghi: khi môi trường thay đổi tác động vào hệ thống thì đặc tính của hệ không thay đổi.
- Hệ tự động thích nghi: tự chỉnh định các biến đổi của bên ngoài ảnh hưởng đến hệ thống và nó tự chọn chế độ thích ứng.

1.3.6. Phân loại theo khả năng nhận tin tức

- Hệ tiền định: là hệ thống mà các lượng tác động vào hệ đã biết trước.
- Hệ không tiền định (hệ ngẫu nhiên) : những thông tin về các lượng tác động vào hệ thống hoàn toàn ngẫu nhiên.

1.3.7. Phân loại heo sai lệch

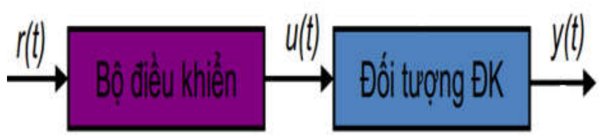
- Hệ vô sai tĩnh : là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t)=0$.
- Hệ hữu sai: là hệ khi kết thúc quá trình điều khiển $e(t) \neq 0$

1.3.8. Phân loại theo dạng tiêu thụ năng lượng

- Hệ điều khiển điện.
- Hệ điều khiển cơ.
- Hệ điều khiển khí nén.
- Hệ điều khiển thủy lực
- …………..

1.3.9. Phân loại theo mạch vòng

- Hệ thống điều khiển vòng hở (không có phản hồi)

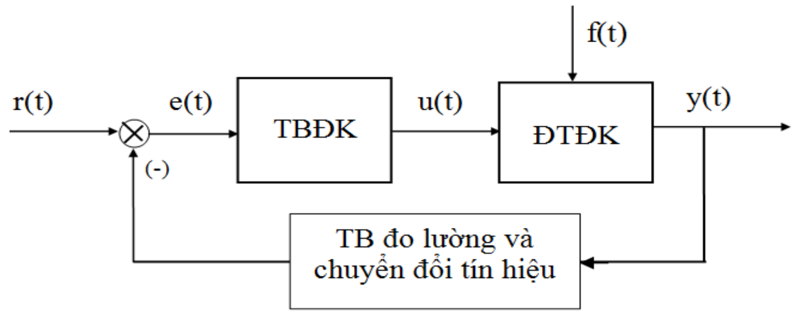


Hình 1.8. *Hệ điều khiển tự động vòng hở*

Các hệ thống có đầu ra không tác động lên hệ thống điều khiển được gọi là các hệ thống điều khiển vòng hở. Nói cách khác, trong 1 hệ thống điều khiển vòng hở, đầu ra không được đo cũng không được phản hồi để so sánh với đầu vào.

Trong bất cứ hệ thống điều khiển vòng hở nào đầu ra cũng không được so sánh với đầu vào đặt. Vì thế mỗi giá trị đặt đầu vào sẽ tương ứng với một điều kiện làm việc xác định trước. Kết quả là tính chính xác của hệ thống phụ thuộc vào việc chỉnh định. Khi có nhiễu, một hệ thống điều khiển vòng hở sẽ không thực hiện được nhiệm vụ yêu cầu. Điều khiển vòng hở trong thực tế có thể được sử dụng chỉ khi biết trước mối quan hệ giữa đầu vào và đầu ra đồng thời không có nhiễu nội và ngoại sinh. Rõ ràng là các hệ thống như vậy không phải là các hệ thống điều khiển phản hồi. Lưu ý rằng bất cứ hệ thống nào làm việc dựa trên thời gian thực đều là vòng hở. Ví dụ điều khiển giao thông dựa trên tín hiệu làm việc theo thời gian đặt là một hệ điều khiển vòng hở.

- Hệ thống điều khiển vòng kín (hệ thống điều khiển có phản hồi).



Hình 1.9. *Hệ điều khiển tự động vòng kín*

Hệ thống điều khiển phản hồi thường được gọi là các hệ thống điều khiển vòng kín. Trong thực tế thuật ngữ điều khiển phản hồi và điều khiển vòng kín có thể được sử dụng thay thế cho nhau. Trong hệ thống điều khiển vòng kín, tín hiệu sai lệch từ cơ cấu chấp hành – sự khác nhau giữa tín hiệu vào và tín hiệu phản hồi (có thể là tín hiệu ra hoặc 1 hàm của tín hiệu đầu ra cùng các đạo hàm và/ hoặc tích phân của nó) được đưa tới bộ điều khiển để làm giảm sai lệch và đưa đầu ra của hệ thống đạt tới giá trị mong muốn. Thuật ngữ điều khiển vòng kín luôn ngụ ý đến việc sử dụng hoạt động điều khiển phản hồi để làm giảm sai lệch hệ thống.

Hay nói một cách khác, một hệ thống giữ nguyên mối quan hệ được mô tả giữa đầu ra và tín hiệu đặt đầu vào bằng cách so sánh chúng và sử dụng sai lệch làm tín hiệu điều khiển được gọi là hệ thống kín.

Các hệ thống kín được sử dụng không giới hạn trong kỹ thuật cũng như có thể tìm thấy ở rất nhiều lĩnh vực phi kỹ thuật. Ví dụ, cơ thể người là 1 hệ thống điều khiển phản hồi tiên tiến cao độ. Nhiệt độ cơ thể người và áp lực máu (huyết áp) được giữ ổn định nhờ sự phản hồi sinh lý. Trong thực tế sự phản hồi thực hiện một chức năng rõ nét: nó làm cho cơ thể người không nhạy cảm một cách tương đối với các nhiễu ngoại sinh do đó cho phép nó có thể làm việc chính xác với các biến đổi của môi trường.

Hệ thống kín lại chia thành:

- Hệ thống có một mạch vòng (một phản hồi).
- Hệ thống có nhiều mạch vòng (nhiều phản hồi).

Một ưu điểm của hệ thống điều khiển vòng kín trong thực tế là việc sử dụng phản hồi làm cho đáp ứng của hệ thống không nhạy một cách tương đối đối với nhiễu ngoại sinh và các biến đổi bên trong thông số hệ thống. Và do vậy, nó có thể sử dụng các thành phần rẻ tiền và tương đối không chính xác để thu được điều khiển chính xác cho một đối tượng cho trước. Điều này không thể thực hiện được nếu sử dụng điều khiển vòng hở.

Từ quan điểm ổn định, hệ thống điều khiển vòng hở xây dựng được dễ dàng hơn vì tính ổn định của hệ thống không phải là vấn đề chính. Mặt khác, tính ổn định là bài toán trong hệ thống điều khiển vòng kín, điều này có thể dẫn tới việc hiệu chỉnh sai số và do đó gây ra các dao động của các biên độ cố định hoặc thay đổi.

Nên nhấn mạnh rằng với các hệ thống có các đầu vào đã biết trước và không có nhiễu thì nên sử dụng điều khiển vòng hở. Các hệ thống điều khiển vòng kín chỉ tỏ ra hữu ích khi có nhiễu không biết trước và/ hoặc biến đổi không biết trước trong các thành phần của hệ thống. Lưu ý rằng tỷ lệ công suất đầu ra một phần được xác định bởi giá thành, khối lượng và kích thước của hệ thống điều khiển. Số lượng các thành phần được sử dụng trong một hệ thống điều khiển vòng kín là nhiều hơn so với một hệ thống điều khiển vòng hở tương ứng. Do đó hệ thống điều khiển vòng kín thường có công suất và giá thành cao hơn. Để làm giảm công suất yêu cầu cuản hệ thống, có thể sử dụng hệ thống điều khiển vòng hở để thay thế ở nơi chấp nhận được. Một sự kết hợp chính xác giữa điều khiển vòng hở và điều khiển vòng kín thường giảm được chi phí mà vẫn thỏa mãn được yêu cầu làm việc của toàn hệ thống.

Hầu hết các phân tích và thiết kế của các hệ thống điều khiển được trình bày trong tài liệu này đề cập đến các hệ thống điều khiển vòng kín. Dưới các hoàn cảnh xác định (như những vị trí không tồn tại nhiễu, hoặc khó có thể đo được đầu ra) có thể xét tới việc sử dụng các hệ thống điều khiển vòng hở. Do vậy, sẽ rất có giá trị nếu tổng kết ưu nhược điểm của việc sử dụng các hệ thống điều khiển vòng hở.

Ưu điểm chính của các hệ thống điều khiển vòng hở:

- Cấu trúc đơn giản, bảo dưỡng dễ dàng;
- Giá thành rẻ hơn hệ thống điều khiển vòng kín tương ứng;
- Không có vấn đề về tính ổn định;
- Thích hợp khi khó có thể đo được đầu ra hoặc việc đo đầu ra một cách chính xác là không khả thi về mặt kinh tế (ví dụ, trong hệ thống giặt, sẽ khá đắt nếu thêm vào các thiết bị đo chất lượng đầu ra của máy giặt – độ sạch của quần áo).

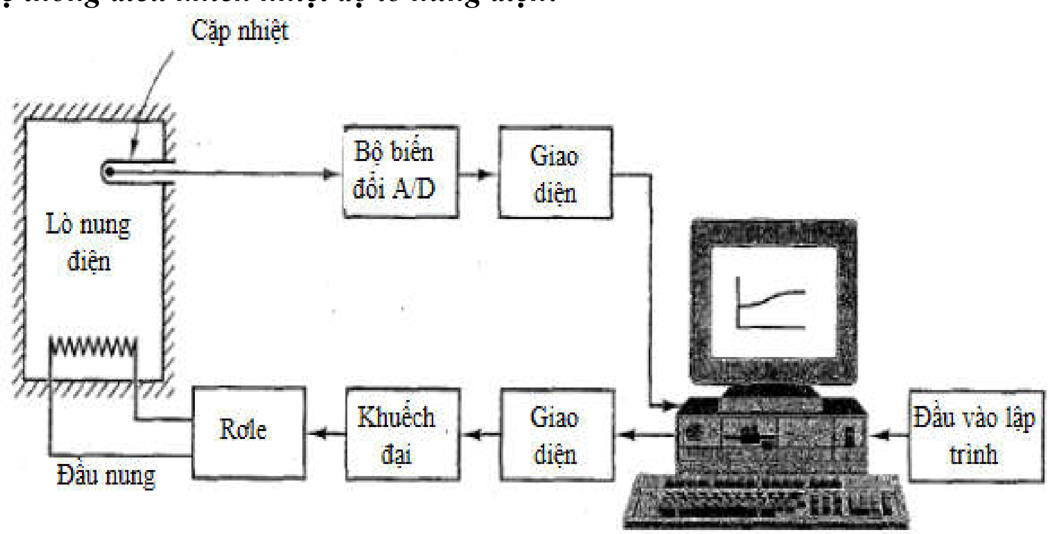
Nhược điểm:

- Các nhiễu và các thay đổi trong việc hiệu chỉnh gây ra sai số và đầu ra có thể sẽ khác so với những gì mong muốn;
- Để giữ được chất lượng như yêu cầu, việc tái hiệu chỉnh cần phải được thực hiện liên tục.

1.4. VÍ DỤ VỀ MỘT SỐ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.4.1. Một số hệ thống điều khiển tự động

a) Hệ thống điều khiển nhiệt độ lò nung điện:

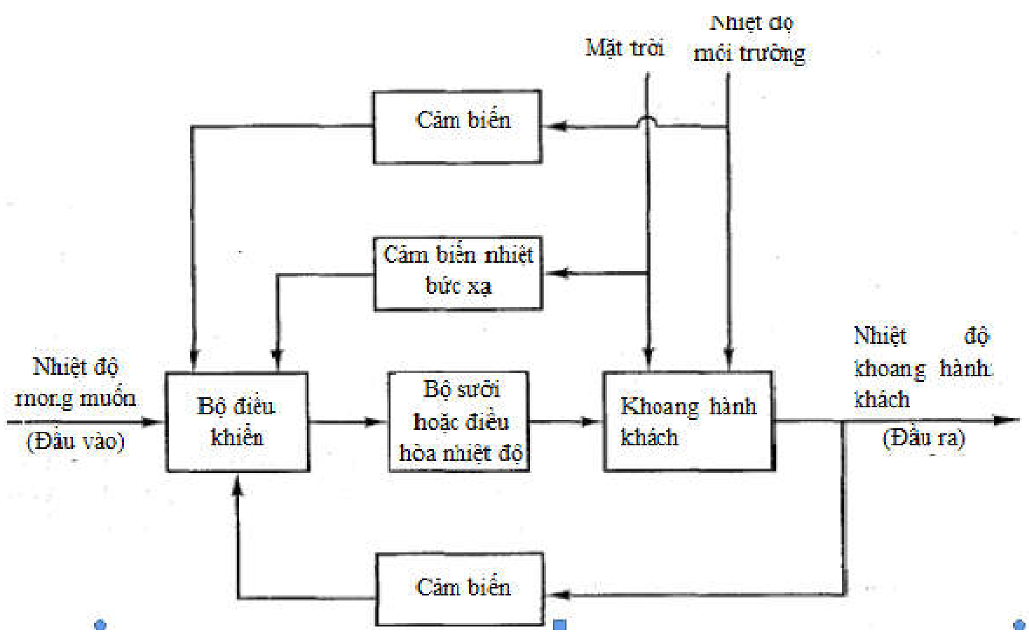


Hình 1.10. *Hệ thống điều khiển nhiệt độ lò nung điện*

Đầu nung như dây maiso trong máy sấy tóc. ở đây ta cần khống chế nhiệt độ lò để nung phù hợp với chất liệu cần nung. Ví dụ ta cần khống chế t lò ở 1000 độ C. Để làm được như vậy thì phải liên tục đo nhiệt độ lò thực tế để điều chỉnh cho thích hợp.

Nhiệt độ trong lò nung được đo bởi cảm biến nhiệt, đây là một thiết bị tương tự. Nhiệt độ tương tự được chuyển đổi sang dạng nhiệt độ số nhờ bộ biến đổi ADC. Nhiệt độ dạng số được cấp cho bộ điều khiển thông qua một giao diện. Nhiệt độ số này được so sánh với một nhiệt độ đầu vào đã lập trình trước và nếu có bất cứ sai lệch nào, bộ điều khiển (máy tính) có nhiệm vụ tính toán, đưa ra một tín hiệu tới buồng đốt thông qua một giao diện, một bộ khuếch đại và rơle đóng hoặc ngắt nguồn cấp cho lò để đưa nhiệt độ lò nung đến giá trị mong muốn.

b) Hệ thống điều khiển nhiệt độ khoang hành khách trong ô tô



Hình 1.11. *Hệ thống điều khiển nhiệt độ khoang hành khách trong ô tô*

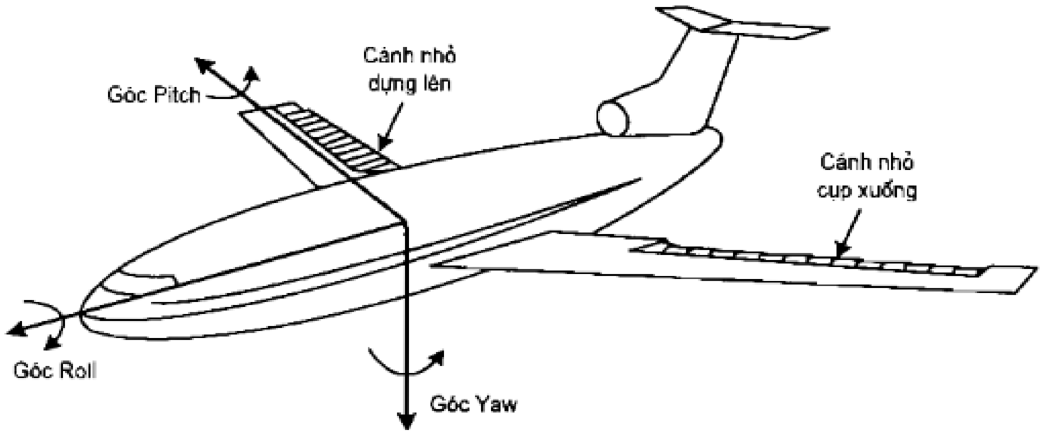
Xét bài toán điều khiển nhiệt độ của một khoang hành khách trong một ôtô. Nhiệt độ yêu cầu (đã được chuyển sang dạng điện áp) là đầu vào của bộ điều khiển. Nhiệt độ thực tế trong khoang hành khách phải được chuyển đổi sang dạng điện áp thông qua một cảm biến và phản hồi về bộ điều khiển để thực hiện so sánh với đầu vào.

Lưu ý rằng nhiệt độ môi trường và nhiệt độ bức xạ truyền từ mặt trời là không ổn định khi ô tô chuyển động và chúng đóng vai trò là nhiễu.

Nhiệt độ của khoang hành khách khác biệt đáng kể phụ thuộc vào vị trí đo, thay vì sử dụng nhiều cảm biến để đo nhiệt độ và tính giá trị trung bình đo được, sẽ khá là tiết kiệm nếu lắp một quạt hút nhỏ tại nơi hành khách thường cảm nhận nhiệt độ. Nhiệt độ của không khí từ quạt hút là một chỉ thị của nhiệt độ khoang hành khách và được xét là đầu ra của hệ thống.

Bộ điều khiển nhận tín hiệu vào, tín hiệu ra và các tín hiệu từ các cảm biến từ các nguồn nhiễu. bộ điều khiển gửi một tín hiệu điều khiển tối ưu tới máy điều hòa nhiệt độ hoặc bộ gia nhiệt để điều khiển lưu lượng không khí làm mát hoặc không khí nóng để nhiệt độ khoang hành khách xấp xỉ nhiệt độ yêu cầu.

c) Hệ thống điều khiển chống lắc ngang của máy bay:

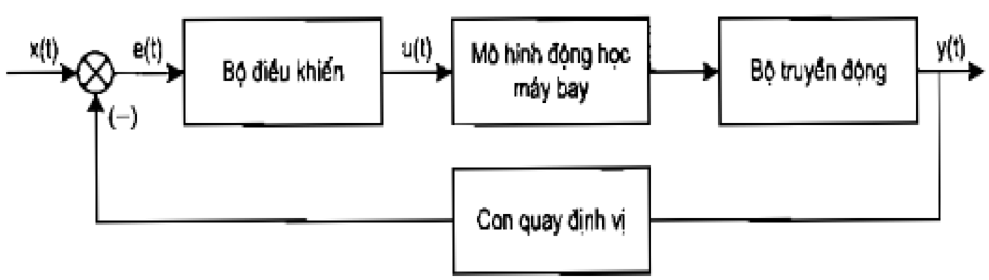


Mô hình ổn định lắc ngang của máy bay

Hình 1.12. *Hệ thống điều khiển chống lắc ngang máy bay*

Hiện tượng lắc ngang của máy bay có thể gây ra say cho hành khách, đồng thời có thể gây hư hại hàng hóa, gây mất ổn định cho máy bay và nghiêm trọng có thể gây lật máy bay. Để khắc phục hiện tượng này, máy bay sử dụng một hệ thống khá phức tạp, tuy nhiên phần chính trong nhiệm vụ này là 2 cánh nhỏ phụ nằm ở phần sau của cánh chính của máy bay. Hai bên cánh nhỏ này có thể dựng lên hoặc cụp xuống thông qua một hệ truyền động và theo nguyên lý động lực học sẽ giúp máy bay chống lại sự nghiêng về một bên nào đó.

Sơ đồ điều khiển tổng quan của hệ thống được cho như hình dưới, trong đó góc lệch được đo bằng hệ con quay định vị.



Sơ đồ hệ thống điều khiển ổn định góc Roll của máy bay

Hình 1.13. *Sơ đồ hệ thống điều khiển ổn định góc nghiêng của máy bay*

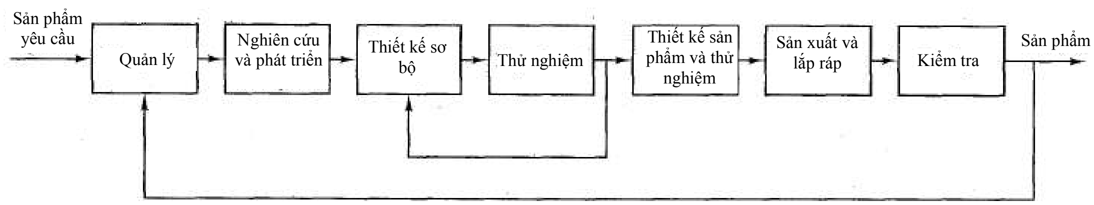
d) Các hệ thống kinh tế

Một hệ thống kinh tế có thể bao gồm rất nhiều nhóm, mỗi nhiệm vụ được gán cho một nhóm sẽ thể hiện một phần tử động học của hệ thống. Phương pháp phản hồi hoặc báo cáo việc hoàn thành của mỗi nhóm phải được thiết lập trong một hệ thống để có thể làm việc hiệu quả. Việc ghép nối tương hỗ giữa các nhóm chức năng phải được thực hiện ở mức độ tối thiểu để làm giảm thời gian trễ không mong muốn trong hệ thống.

Một hệ thống kinh tế là một hệ thống kín. Một sự thiết kế tốt sẽ làm giảm các yêu cầu điều khiển quản lý. Lưu ý rằng các nhiễu trong hệ thống là sự thiếu vắng con người hay nguyên liệu, sự ngắt quãng của truyền thông, sai số do con người… Việc thiết lập một hệ thống ước lượng có nền tảng tốt dựa trên thống kê là bắt buộc cho việc quản lý chính xác. Lưu ý rằng việc hiểu biết rõ về thực tế làm việc của một hệ thống cũng có thể được cải tiến bằng cách sử dụng thời gian dự phòng.

Để ứng dụng lý thuyết điều khiển tự động nhằm cải thiện sự làm việc của hệ thống như vậy, ta phải thể hiện các đặc tính động học của các nhóm thành phần của hệ thống bằng tập hợp các phương trình đơn giản có liên quan.

Mặc dù đây rõ ràng là bài toán khó khi phải thu thập được các thể hiện toán học của các nhóm thành phần, việc ứng dụng kỹ thuật tối ưu cho các hệ thống kinh tế đã cải thiện một cách rõ rêt sự làm việc của các hệ thống kinh tế.



Hình 1.14. *Sơ đồ khối hệ thống tổ chức kỹ thuật*

Ví dụ, một hệ thống tổ chức kỹ thuật bao gồm các nhóm chính sách như quản lý, nghiên cứu và phát triển, thiết kế sơ bộ, thử nghiệm, thiết kế sản phẩm và dự thảo thiết kế, sản xuất và lắp ráp, kiểm tra. Các nhóm này tương tác với nhau để tạo thành một sự làm việc tổng thể.

Hệ thống như vậy có thể được phân tích bằng cách giảm nó xuống tới tập phần tử nhỏ nhất của các thành phần cần thiết, phần tử này có thể cung cấp phân tích chi tiết theo yêu cầu và bằng cách thể hiện các đặc tính động học của mỗi thành phần bằng tập các phương trình đơn giản. (Hành vi động học của hệ thống như vậy có thể nhận biết được từ mối quan hệ giữa tiến trình làm việc và thời gian). Việc xây dựng sơ đồ khối chức năng thể hiện một hệ thống tổ chức kỹ thuật.

Một sơ đồ khối chức năng có thể được xây dựng bằng cách sử dụng các khối để thể hiện các hoạt động chức năng và dòng các tín hiệu tương tác đến việc thể hiện thông tin hoặc sản phẩm đầu ra của hệ thống vận hành. Sơ đồ khối khả thi được thể hiện như trên hình 1.14.

1.4.2. Vai trò của hệ thống điều khiển tự động:

- Nâng cao năng suất
- Nâng cao chất lượng sản phẩm
- Tăng độ chính xác
- Tăng hiệu quả kinh tế
- Giảm sức lao động của con người
- …………….

1.5. BỔ TÚC KIẾN THỨC: PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

Phương pháp biến đổi Laplace là một phương pháp toán học có để được sử dụng rất tốt cho việc giải các phương trình đạo hàm tuyến tính. Bằng việc sử dụng biến đổi Laplace, ta có thể chuyển đổi rất nhiều các hàm thông dụng như hàm dạng sin, hàm dạng sin tắt dần, và hàm mũ sang các hàm đại số với biến phức *p*. các phép toán như phép toán vi phân và tích phân có thể được thay thế bằng các phép toán đại số trong mặt phẳng phức. Do đó một phương trình vi phân tuyến tính có thể được chuyển sang thành một phương trình đại số trong miền không gian phức *p*.

Một ưu điểm của phương pháp biến đổi Laplace là nó cho phép sử dụng kỹ thuật đồ họa để dự đoán sự làm việc của hệ thống mà không cần giải các phương trình đạo hàm. Một ưu điểm nữa của phương pháp này là khi ta giải phương trình đạo hàm thì có thể thu được một cách đồng thời cả thành phần quá độ và thành phần xác lập của bài toán.

Có 2 phép biến đổi Laplace: Tìm hàm ảnh khi biết hàm gốc (Phép biển đổi laplace thuận) Và tìm hàm gốc khi biết hàm ảnh (Phép biến đổi laplace nghịch).

1.5.1. Phép biến đổi Laplace thuận (Tìm hàm ảnh khi biết hàm gốc)

a) Định nghĩa

Nếu f(t) là hàm gốc, gọi F(p) là hàm ảnh Laplace của nó thì:

$$F(p) = \int_0^\infty f(t).e^{-pt}.dt$$

Quan hệ giữa hàm gốc và ảnh còn được viết theo ký hiệu sau:

$$f(t) \rightarrow F(p) = L[f(t)]$$

b) Ví dụ:

- Ví dụ 1: Hàm bước.

Xét hàm bước: $f(t) = \begin{cases} 0 & \textit{với } t<0 \\ A & \textit{với } 0 \le t \end{cases}$ A = const

Lưu ý rằng đây là 1 trường hợp đặc biệt của hàm mũ $Ae^{-\alpha t}$ với $\alpha = 0$. Hàm bước được định nghĩa tại t = 0. Biến đổi Laplace của nó là:

$$L[A] = \int_0^\infty Ae^{-pt}dt = \frac{A}{p}$$

Hàm bước có độ cao A xảy ra tại t = 0 có thể được viết dưới dạng f(t) = A.1(t).

Biến đổi Laplace của hàm bậc thang đơn vị - bước đơn vị - được định nghĩa $1(t) = \begin{cases} 0 & \textit{với } t<0 \\ 1 & \textit{với } t>0 \end{cases}$ là 1/p hay L[1(t)] = 1/p

- Ví dụ 2: Hàm sin

Xét hàm sin : $f(t) = \begin{cases} 0 & \textit{với } t<0 \\ A\sin\omega t & \textit{với } t \ge 0 \end{cases}$ $A = const$

Ta có: $\sin\theta = \frac{1}{2j}\left(e^{j\theta} - e^{-j\theta}\right)$, do đó ta có:

$$L\left[A\sin\omega t\right]=\frac{A}{2j}\int_0^{\infty}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)e^{-pt}dt=\frac{A}{2j}.\frac{1}{p-j\omega}-\frac{A}{2j}\frac{1}{p+j\omega}=\frac{A\omega}{p^2+\omega^2}$$

Tương tự ta có biến đổi Laplace của hàm $A\cos\omega t$ như sau:

$$L\left[Acos\omega t\right]=\frac{Ap}{p^2+\omega^2}$$

c) Các tính chất cơ bản của chuyển đổi Laplace

- Tính chất 1 (Tính chất đơn ánh): X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)] ;
  Nếu x (t) ≠ y(t) thì X(p) ≠ Y(P).
- Tính chất 2 (Tính chất tuyến tính T): X(p) = L[x(t)]; Y(p) = L[y(t)] khi đó:
  L[a.y(t) + b.x(t)] = L[a.y(t)] + L[b.x(t)] = a.Y(p) + b.X(p)
- Tính chất 3 (phép dịch trục):
  X(p) = L[x(t)] và y(t) = x(t-T) khi đó: Y(p) = L[y(t)] = X(p)e^{-pT}
- Tính chất 4: X(p) = L[x(t)] và y (t) = x(t)e^{-at} khi đó:
  Y(p) = L[y(t)] = X(p+a)
- Tính chất 5 (ảnh của khâu đạo hàm): X(p) = L[x(t)]

$$y(t)=\frac{dx(t)}{dt}\rightarrow Y(p)=L[y(t)]=pX(p)$$

.

.

$$y(t)=\frac{d^n x(t)}{dt^n}\rightarrow Y(p)=L[y(t)]=p^n X(p)$$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

- Tính chất 6 (ảnh của khâu tích phân): X(p) = L[x(t)]

$$y(t)=\int_0^t x(t)dt\rightarrow Y(p)=L[y(t)]=\frac{X(p)}{p}$$

.

.

$$y(t)=\underbrace{\iiint}_{n} x(t)dt\rightarrow Y(p)=L[y(t)]=\frac{X(p)}{p^n}$$

- Định lý về giới hạn thứ nhất: X(p) = L[x(t)] và tồn tại $\lim\limits_{t\to\infty} x(t)$ thì:

$$\lim_{t\to\infty}x(t)=\lim_{p\to 0}pX(p)$$

- Định lý về giới hạn thứ hai: X(p) = L[x(t)] và tồn tại $\lim\limits_{t\to 0} x(t)$ thì:

$$\lim_{t\to 0}x(t)=\lim_{p\to\infty}pX(p)$$

(Với các điều kiện đầu bằng 0)

Biến đổi Laplace của bất cứ hàm f(t) có thể biến đổi Laplace có thể tìm được bằng cách nhân f(t) với e^{-pt} và sau đó tích phân kết quả với t = 0 đến t = ∞. Bảng biến đổi Laplace có thể được sử dụng một cách thuận tiện để tìm ra biến đổi của hàm f(t) cho trước. Bảng 1.1 chỉ ra một số biến đổi Laplace của một số hàm thời gian thường gặp trong phân tích hệ thống điều khiển tuyến tính.

__Bảng 1.1.__ Biến đổi Laplace của một số hàm thông dụng

f(t)	**F(p)**
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
$\frac{1}{2t^2}$	$\frac{1}{p^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
sinat	$\frac{a}{p^2+a^2}$
cosat	$\frac{p}{p^2+a^2}$

1.5.2. Phép biến đổi Laplace ngược (Tìm hàm gốc khi biết hàm ảnh)

a) Định nghĩa

Qúa trình ngược lại để tìm hàm thời gian *f*(*t*) từ hàm ảnh Laplace *F*(*p*) được gọi là phép biến đổi Laplace ngược. Ký hiệu là L^{-1} và biến đổi Laplace ngược có thể tìm được từ *F*(*p*) bằng phép tích phân ngược sau:

$$L^{-1}\left[F(p)\right] = f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt}dp \quad với\ t > 0$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt}dp$$

Với c, tọa độ hội tụ, là một hằng số thực và được chọn lớn hơn phần thực của tất cả các điểm suy biến của *F*(*p*). Do vậy, đường tích phân là song song với trục $j\omega$ và được thay thế bằng giá trị c. Đường tích phân này nằm ở bên phải của tất cả các giá trị suy biến.

Như đã nói ở trên, biến đổi Laplace ngược có thể thực hiện được bằng cách sử dụng tích phân đảo là phức tạp và do đó không nên dùng để tìm biến đổi Laplace ngược của các hàm thông dụng hay gặp trong kỹ thuật điều khiển.

Một phương pháp thuận tiện để tìm được biến đổi Laplace ngược là sử dụng bảng biến đổi Laplace. Trong trường hợp này, biến đổi Laplace phải ở đúng dạng như trong bảng. Trong trường hợp hàm không xuất hiện đúng dạng như vậy, ta phải sử dụng biến đổi Laplace ngược với từng thành phần của biến đổi *F*(*p*) cần tìm (tách *F*(*p*) thành các hàm đơn giản hơn).

b) Phương pháp tách phân thức để tìm các biến đổi Laplace ngược

Với các bài toán trong phân tích các hệ thống điều khiển, biến đổi Laplace của $f(t)$ là $F(p)$ thường được cho dưới dạng $B(p)/A(p)$ với $A(p)$, $B(p)$ là các đa thức có biến p. Khi tách $F(p) = B(p)/A(p)$ thành các phân thức con thì bậc cao nhất của p trong $A(p)$ lớn hơn bậc cao nhất của p trong $B(p)$ là rất quan trọng. Nếu không, tử số $B(p)$ phải được chia cho mẫu số $A(p)$ để tạo ra một đa thức p cộng thêm phần còn lại.

Nếu $F(s)$ được tách thành các phần $F(p) = F_1(p) + F_2(p) + \ldots + F_n(p)$ và nếu tồn tại các biến đổi Laplace ngược của $F_i(p)$ thì $L^{-1}\left[F(p)\right] = \sum_{i=1}^{n} L^{-1}\left[F_i(p)\right] = \sum_{i=1}^{n} f_i(t)$ với $f_i(t)$ là các biến đổi Laplace ngược của $F_i(p)$ tương ứng.

Ưu điểm của phương pháp nghiên cứu tách phân thức là các thành phần riêng lẻ của $F(p)$ sau khu được tách trở thành các hàm rất đơn giản. Do đó ta không cần sử dụng bảng biến đổi Laplace nếu ta nhớ một vài cặp biến đổi Laplace đơn giản. Tuy nhiên cũng nên lưu ý rằng trong việc áp dụng kỹ thuật tách phân thức để tìm biến đổi Laplace ngược của đa thức $F(p) = B(p)/A(p)$,thì phải tìm các nghiệm của đa thức mẫu số $A(p)$ trước, nghĩa là phương pháp này không áp dụng được trước khi mẫu số được tách thành tích của các cặp nghiệm.

Xét $F(p)$ được viết dưới dạng hệ số:

$$F(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K(p+z_1)(p+z_2)....(p+z_m)}{(p+q_1)(p+q_2)....(p+q_n)} \qquad m < n$$

Với q_i, z_i có thể là số thực hoặc số phức nhưng với mỗi số phức q_i hay z_i sẽ có một số phức liên hợp của q_i, z_i tương ứng. nếu $F(p)$ chỉ chứa các nghiệm cực riêng biệt, khi đó nó có thể được tách thành tổng các thành phần đơn giản như sau:

$$F(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{a_1}{(p+q_1)} + \frac{a_2}{(p+q_2)} + \ldots + \frac{a_n}{(p+q_n)} \;\; ; \quad a_k\left(k = 1,2,\ldots,n\right) = const$$

Hệ số a_k được gọi là phần dư (residue) tại cực với $p = -q_k$. Giá trị của a_k có thể tìm được bằng cách nhân cả 2 vế của phương trình trên với $(p + q_k)$ và thế tại $p = -q_k$ cho bởi:

$$\left[(p+p_k)\frac{B(p)}{A(p)}\right]_{p=-q_k} = \left[\frac{a_1}{(p+q_1)}(p+q_k) + \frac{a_2}{(p+q_2)}(p+q_k) + .. + \frac{a_k}{(p+q_k)}(p+q_k) + .. + \frac{a_n}{(p+q_n)}(p+q_k)\right]$$
$$= a_k$$

Ta thấy rằng, tất cả các phần tử được tách đều bị triệt tiêu trừ a_k. Do đó phần dư a_k tìm được là:

$$a_k = \left[(p+q_k)\frac{B(p)}{A(p)} \right] \Bigg|_{p=q_k}$$

Lưu ý rằng khi $f(t)$ là một hàm thời gian thực, nếu q_1, q_2 là các phần phức liên hợp, khi đó phần dư a_1, a_2 cũng là các phức liên hợp. Chỉ cần tính một trong số các liên hợp a_1 hoặc a_2 vì:

$$L^{-1}\left[\frac{a_k}{p+q_k} \right] = a_k e^{-q_k t}$$

$f(t)$ thu được có dạng $f(t) = L^{-1}\left[F(p)\right] = a_1 e^{-q_1 t} + a_2 e^{-q_2 t} + ... + a_n e^{-q_n t}; \quad t \ge 0$

c) Ví dụ:

- Ví dụ 1: Cho hàm ảnh F(p) = $\frac{1}{(p+1)(p+2)}$ hãy tìm hàm gốc f (t)

Ta có: F(p) = $\frac{1}{(p+1)(p+2)} = \frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+2}$

Theo công thức ta có: f(t) = $(e^{-t} - e^{-2t})1(t)$

- Ví dụ 2: Tìm biến đổi Laplace ngược của: $F(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p+2)}$

Tách phân thức từng phần của $F(p)$ ta được:

$$F(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p+2)} = \frac{a_1}{(p+1)} + \frac{a_2}{(p+2)}$$

Với a_1, a_2 tìm được như sau :

$$a_1 = \left[(p+1)\frac{p+3}{(p+1)(p+2)} \right] \Bigg|_{p=-1} = \left[\frac{p+3}{p+2} \right]_{p=-1} = 2$$

$$a_2 = \left[(p+2)\frac{p+3}{(p+1)(p+2)} \right] \Bigg|_{p=-2} = \left[\frac{p+3}{p+1} \right]_{p=-2} = -1$$

Do đó: $f(t) = L^{-1}\left[F(p)\right] = L^{-1}\left[\frac{2}{p+1}\right] + L^{-1}\left[\frac{-1}{p+2}\right] = 2e^{-t} - 1e^{-2t}; \quad t \ge 0$

- Ví dụ 3: Tìm biến đổi Laplace ngược của $F(p) = \frac{2p+12}{p^2+2p+5}$

Ta có: $(p^2+2p+5) = (p+1+j2)(p+1-j2)$

Nếu hàm $F(p)$ chứa một cặp cực liên hợp phức thì không nên tách $F(p)$ thành các thành phần nhỏ thông thường mà nên tách thành tổng của các hàm sin và cosin tắt dần.

Ta có: $\left(p^2+2p+5\right)=\left(p+1\right)^2+2^2$ và liên quan tới biến đổi Laplace của $e^{-\alpha t}\,sin\,\omega t$ và $e^{-\alpha t}cos\omega t$. Vậy ta có thể viết lại được như sau:

$$L^{-1}\left[e^{-\alpha t}\,sin\,\omega t\right]=\frac{\omega}{\left(p+\alpha\right)^2+\omega^2};\qquad L^{-1}\left[e^{-\alpha t}cos\omega t\right]=\frac{p+\alpha}{\left(p+\alpha\right)^2+\omega^2}$$

Hàm $F(p)$ đã cho có thể được viết lại dưới dạng tổng của các hàm sin và cosin tắt dần:

$$F\left(s\right)=\frac{2p+12}{p^2+2p+5}=\frac{10+2\left(p+1\right)}{\left(p+1\right)^2+2^2}=5\frac{2}{\left(p+1\right)^2+2^2}+2\frac{\left(p+1\right)}{\left(p+1\right)^2+2^2}$$

Vậy ta có:

$$f\left(t\right)=L^{-1}\left[F\left(p\right)\right]=5L^{-1}\left[\frac{2}{\left(p+1\right)^2+2^2}\right]+2L^{-1}\left[\frac{p+1}{\left(p+1\right)^2+2^2}\right]=5e^{-t}\,sin\,2t+2e^{-t}cos2t;\quad t\geq 0$$

CHƯƠNG II

MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

2.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Để khảo sát hệ điều khiển tự động (hệ gia công qui luật biến đổi tín hiệu) bắt buộc phải tìm qui luật biến đổi hàm do đó ta phải sử dụng công cụ toán học. Muốn vậy ta phải chuyển đổi từ hệ điều khiển thực cho bởi mô hình nào đó (sơ đồ nguyên lý, sơ đồ lắp ráp,...) sang mô hình mô tả bằng toán học, đó gọi là mô tả toán học cho hệ điều khiển tự động. Khi chuyển mô hình phải thoả mãn các yêu cầu sau:

- Phải mô tả hệ là hệ điều khiển (hệ gia công tín hiệu).
- Khá chính xác nhưng dễ áp dụng.
- Có tính tổng quát: áp dụng được cho những hệ điều khiển với mục đích khác nhau và nguyên lý làm việc khác nhau.

Để thỏa mãn các yâu cầu trên, trong điều khiển thường dùng các mô hình toán:

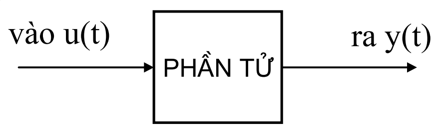
- Phương trình vi phân: không gian hàm gốc.
- Sơ đồ cấu trúc và hàm truyền đạt: không gian toán tử Laplace.
- Đặc tính tần số: không gian toán tử Fourier.
- Hệ phương trình trạng thái: không gian trạng thái.

Mô hình toán có nhiều dạng khác nhau. Phụ thuộc vào từng hệ thống cụ thể và nguyên lý cụ thể, một mô hình toán này có thể tốt hơn một mô hình khác. Ví dụ: trong các bài toán điều khiển tối ưu, việc sử dụng không gian trạng thái sẽ có ưu điểm hơn. Trong khi với các hệ thống tuyến tính, thời gian hằng một vào một ra, việc phân tích đáp ứng tần số và đáp ứng quá độ sẽ thuận tiện hơn nếu sử dụng thể hiện dạng hàm truyền của hệ thống. Ta phải luôn luôn ghi nhớ rằng việc tìm được các mô hình toán học hợp lý là phần quan trọng nhất trong toàn bộ phân tích hệ thống điều khiển. Khi đã có mô hình toán của hệ thống, các công cụ máy tính và các dạng phân tích khác có thể được sử dụng một cách dễ dàng để phân tích và tổng hợp hệ thống theo từng mục đích khác nhau.

2.2. MÔ TẢ HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Động học của rất nhiều hệ thống, dù là hệ thống cơ, điện, nhiệt, kinh tế, sinh học, … cũng đều có thể được mô tả dưới dạng các phương trình vi phân. Các phương trình vi phân như vậy có thể thu được bằng cách sử dụng các định luật vật lý điều khiển một hệ thống xác định. Ví dụ: Các định luật Newton cho các hệ thống cơ khí và các luật kirchhoff cho các hệ thống điện.

Để khảo sát một hệ thống tự động, ta phải mô tả được các phần tử trong hệ tự động bằng các biểu thức toán học thông qua phương trình vi phân. Mô hình một phần tử trong hệ tự động như hình vẽ:



Hình 2.1. *Mô hình một phần tử trong hệ tự động*

Để mô tả quá trình động học xảy ra trong phần tử người ta thường dùng phương trình vi phân tuyến tính với dạng tổng quát như sau:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m u}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{du}{dt}+b_m u(t)$$

Hay:

$$a_0 y^{[n]}(t)+\cdots+a_{n-1}y^{[1]}(t)+a_n y(t)=b_0 u^{[m]}(t)+\cdots+b_{m-1}u^{[1]}(t)+b_m u(t)$$

$$m\le n$$

$$\sum_{i=0}^{n}a_i y^{[n-i]}(t)=\sum_{j=0}^{m}b_j u^{[m-j]}(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm y(t) = f[u(t)] ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t)=y^{-}(t)+y^{*}(t)$$

Với:

$y^{*}(t)$:Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên

$y^{-}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất

$$\sum_{i=0}^{n}a_i y^{[n-i]}(t)=0$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất có dạng:

$$y^{-}(t)=\sum_{i=1}^{n}c_i e^{p_i t}$$

c_i : Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

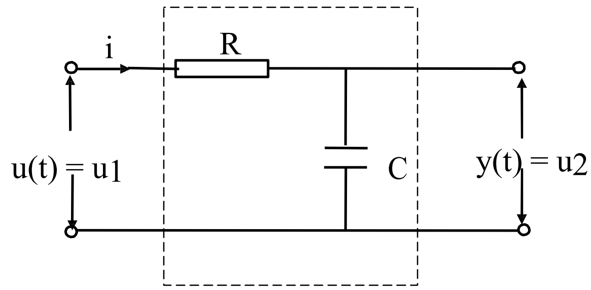
p_i : Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính.

Thay: $y^{[i]}(t)=p^i$ (i =1 ÷ n) vào phương trình vi phân thuần nhất ta được phương trình đặc tính (phương trình đặc trưng của phương trình vi phân thuần nhất)

$$a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n=0$$

Nhận xét: Với trường hợp phương trình vi phân bậc thấp ta có thể giải nó nhanh chóng. Với trường hợp bậc cao việc giải phương trình vi phân để tìm nghiệm y(t) bằng cách thông thường gặp nhiều khó khăn, nhiều khi không giải được. Để khắc phục nhược điểm này người ta chuyển từ giải trực tiếp phương trình vi phân sang giải bằng cách thông qua toán tử Laplace.

Ví dụ 2.1: Cho mạch điện như hình vẽ hãy mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào bằng phương trình vi phân.



Hình 2.2. *Mạch điện RC*

Từ sơ đồ nguyên lý ta viết phương trình vi phân mô tả phần tử:

$$u(t) = u_1 = R.i + y(t)$$

$$y(t) = u_2 = \frac{1}{C}\int i.dt$$

Hay: $i(t) = C\dfrac{dy(t)}{dt}$

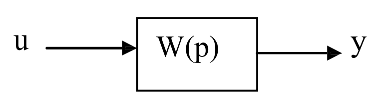
Thay vào phương trình đầu ta được: $RC\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$

2.3. MÔ TẢ HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG THEO CẤU TRÚC HÀM TRUYỀN ĐẠT

2.3.1. Sơ đồ cấu trúc

a) Khái niệm

Trong sơ đồ cấu trúc mỗi phần tử hay nhóm phần tử được mô tả bởi một ô hình chữ nhật trong đó có ghi hàm truyền đạt (ký hiệu w(p)). Các phần tử được nối với nhau bởi mũi tên chỉ hướng tác động hay hướng truyền tín hiệu. Lưu ý rằng tín hiệu chỉ có thể đi qua theo hướng của các mũi tên, và kích thước của tín hiệu ra từ một khối là kích thước của tín hiệu vào nhân với kích thước của hàm truyền khối.

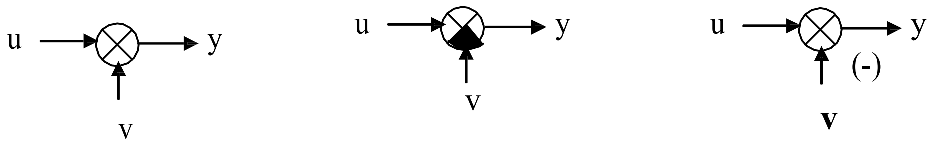


Hình 2.3. *Một phần tử trong sơ đồ cấu trúc*

Các ưu điểm của thể hiện sơ đồ cấu trúc của hệ thống nằm ở chỗ có thể dễ dàng tạo ra sơ đồ cấu trúc tổng thể cho toàn hệ thống chỉ đơn giản bằng cách kết nối các khối của các thành phần tùy thuộc vào dòng tín hiệu và khả năng đánh giá sự phân bố mỗi thành phần trong toàn hệ thống.

Một sơ đồ cấu trúc chứa đựng các thông tin liên quan tới hành vi động học nhưng không bao gồm bất cứ thông tin gì về cấu trúc vật lý của hệ thống. Do vậy mà rất nhiều các hệ thống không liên quan và khác nhau có thể được thể hiện bởi cùng một sơ đồ cấu trúc. Và một số các sơ đồ cấu trúc khác nhau có thể được xây dựng cho cùng một hệ thống tùy thuộc quan điểm phân tích.

Tại các điểm có từ hai tín hiệu vào trở lên trong sơ đồ cấu trúc dùng nút cộng tín hiệu là vòng tròn gạch chéo, nếu ô quạt để trắng tín hiệu có dấu +, nếu ô quạt bôi đen hoặc ghi dấu (-) bên ngoài thì tín hiệu có dấu -

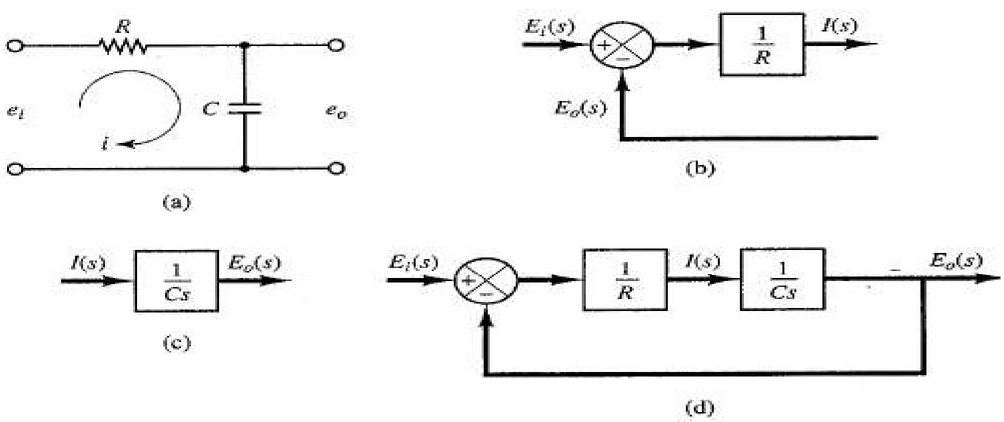


$y = u + v$ $\quad$ $y = u - v$ $\quad$ $y = u - v$

b) Quá trình xây dựng một sơ đồ cấu trúc

Để xây dựng đồ cấu trúc cho một hệ thống, trước hết phải viết các phương trình mô tả hành vi động học của mỗi thành phần. Sau đó thực hiện các biến đổi Laplace của các phương trình đó với giả thiết tất cả các điều kiện đầu bằng không và thể hiện mỗi phương trình đã biến đổi Laplace một cách độc lập trong mỗi khối. Cuối cùng ghép nối các phần tử vào cùng một sơ đồ cấu trúc hoàn thiện.

Ví dụ 2.2: Xét mạch RC như trên hình 2.4 (a).



Phương trình của mạch này là:

Hình 2.4. *(a). Mạch điện RC*
(b). Sơ đồ khối thể hiện phương trình (2.3)
(c). Sơ đồ khối thể hiện phương trình (2.4)
(d). Sơ đồ cấu trúc mạch R-C

$$i = \frac{e_i - e_0}{R} \qquad (2.1)$$

$$e_0 = \frac{\int i\,dt}{C} \qquad (2.2)$$

Biến đổi Laplace của các phương trình (2.1) và (2.2) với các điều kiện đầu bằng không trở thành:

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_0(s)}{R} \qquad (2.3)$$

$$E_0(s) = \frac{I(s)}{C} \qquad (2.4)$$

Phương trình (2.3) thể hiện phép tính tổng và sơ đồ tương đương được chỉ ra trên hình 2.4(b). Phương trình (2.4) thể hiện một khối như trên hình 2.4(c). Ghép hai phần tử này, ta thu được sơ đồ khối tổng quát cho hệ thống như trên hình 2.4(d).

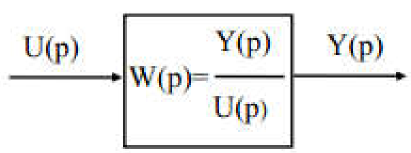
Hàm số truyền của phần tử tự động hay hệ thống (hay còn gọi là hàm truyền đạt) là tỷ số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào biểu diễn dưới dạng toán tử Laplace với điều kiện đầu triệt tiêu.

$u(t) \rightarrow U(p) = L[u(t)]$

$y(t) \rightarrow Y(p) = L[y(t)]$

Khi đó: Hàm truyền được ký hiệu W (p)

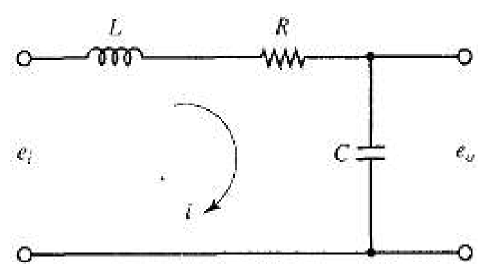
$$W(p) = \left.\frac{Y(p)}{U(p)}\right|_{\text{Điều kiện đầu triệt tiêu}}$$



Ví dụ 2.3: Xét mạch điện như trên hình 2.5. Mạch này bao gồm một điện cảm L (H), một điện trở R (Ω) và một tụ điện C (F). Áp dụng định luật Kirchhoff cho mạch, ta thu được các phương trình sau:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e_i \qquad (2.5)$$

$$\frac{1}{C}\int i\,dt = e_0 \qquad (2.6)$$



Hình 2.5. *Mạch điện RLC*

Hàm truyền đạt của mạch có thể có được như sau: Lấy biến đổi Laplace của (2.5) và (2.6), giả thiết tất cả các điều kiện đầu bằng không, ta có:

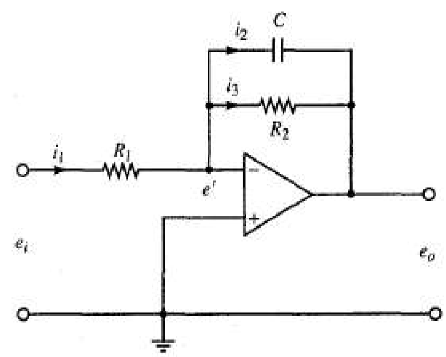
$$LpI(p) + RI(p) + \frac{1}{C}\frac{1}{p}I(p) = E_i(p)$$

$$\frac{1}{C}\frac{1}{p}I(p) = E_0(p)$$

Nếu giả thiết e_i là đầu vào, e_0 là đầu ra thì hàm truyền đạt của mạch là:

$$\frac{E_0(p)}{E_i(p)} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$$

Ví dụ 2.4. Hình 2.6 thể hiện sơ đồ một mạch điện có chứa một khuếch đại thuật toán. Tìm đầu ra e_0.



Hình 2.6. *Mạch trễ bậc một sử dụng Op-amps*

Đặt

$$i_1 = \frac{e_i - e'}{R_1}; i_2 = C\frac{d(e' - e_0)}{dt}; i_3 = C\frac{d(e' - e_0)}{R_2}$$

Lưu ý dòng điện chảy vào trong bộ khuếch đại là có thể bỏ qua (giả thiết khuếch đại là lý tưởng) ta có: $i_1 = i_2 = i_3$. Do đó:

$$\frac{e_i - e'}{R_1} = C\frac{d(e' - e_0)}{dt} + \frac{e' - e_0}{R_2}$$

Vì $e' \equiv 0$ nên ta có:

$$\frac{e_i}{R_1} = -C\frac{de_0}{dt} - \frac{e_0}{R_2}$$

Lấy biến đổi Laplace của phương trình cuối này với giả thiết các điều kiện đầu bằng không, ta có:

$$\frac{E_i(s)}{R_1} = -\frac{R_2Cs + 1}{R_2}E_0(s)$$

Và kết quả này có thể được viết lại như sau:

$$\frac{E_0(s)}{E_i(s)} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{R_2Cs+1}$$

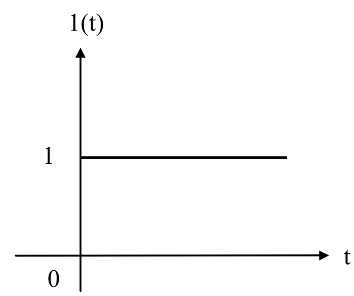
Mạch op-amps trên hình 2.6 là mạch trễ bậc 1.

2.4 TÍN HIỆU TÁC ĐỘNG VÀO PHẢN ỨNG CỦA KHÂU HAY HỆ THỐNG

Với mỗi một khâu hay hệ thống tín hiệu tác động vào thường có hai loại. Tín hiệu tiền định và tín hiệu ngẫu nhiên. Trong phạm vi giáo trình này chúng ta chỉ xét tín hiệu vào khâu hay hệ là tín hiệu tiền định.

2.4.1 Tín hiệu tác động vào:

2.4.1.1 Tín hiệu bậc thang đơn vị:1(t)

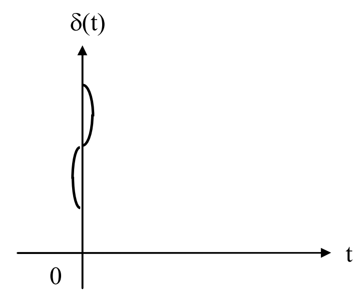


$$1(t) = \begin{cases} 0 \text{ với } t<0 \\ 1 \text{ với } t \geq 0 \end{cases}$$

Và:

$$1(t) \leftrightarrow L[1(t)] = \frac{1}{p}$$

2.4.1.2 Tín hiệu xung đơn vị:δ(t)



$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} \infty \text{ với } t = 0 \\ 0 \text{ với } t \neq 0 \end{cases}$$

Hay: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$

Và:

$$\delta(t) \leftrightarrow L[\delta(t)] = 1$$

2.4.1.3 Tín hiệu điều hoà

Là tín hiệu có dạng:

$x(t) = X_m \mathrm{Sin}(\omega t + \varphi)$

Hay: $x(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$

Và: $A.\mathrm{Sin}(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A.\mathrm{Sin}(\omega t + \varphi)] = \frac{A.\omega}{p^2+\omega^2}$

$A.\mathrm{Cos}(\omega t + \varphi) \leftrightarrow L[A.\mathrm{Cos}(\omega t + \varphi)] = \frac{A.p}{p^2+\omega^2}$

2.4.1.4 Tín hiệu bất kỳ

Tuỳ theo từng trường hợp khảo sát mà ta có thể phân tích tín hiệu theo hàm bất kỳ thành tín hiệu theo hàm 1(t) hay δ(t). Khi đó việc khảo sát hệ thực chất theo các tín hiệu trên.

- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ x (t) theo tín hiệu 1 (t)

$$x(t) = x_0.1(t) + \int_0^t \frac{dx(\tau)}{dt} 1(t-\tau)d\tau$$

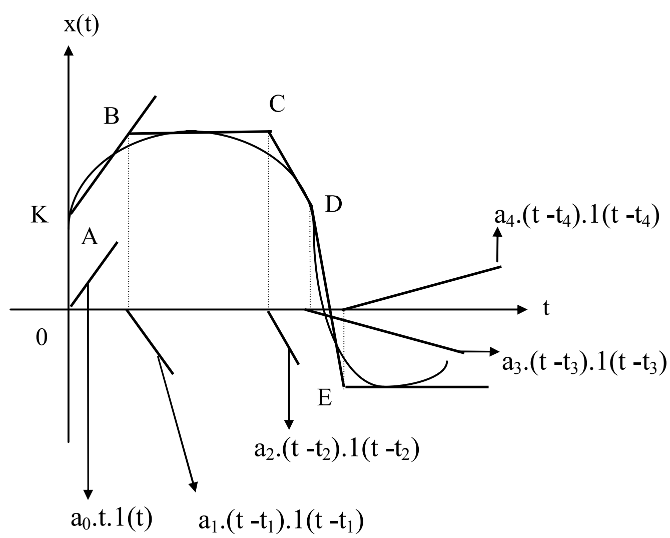
- Biểu diễn tín hiệu bất kỳ x(t) theo hàm δ(t). Nếu hàm x(t) xác định và liên tục với mọi giá trị của t thì:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau).\delta(t-\tau)d\tau$$

Trong thực tế người ta thường sử dụng biểu thức gần đúng biểu diễn x(t) theo 1(t) sau:

$$x(t) = x_0.1(t) + \sum_{i=0}^{n} a_i(t-t_i).1(t-t_i)$$

Ví dụ: Phân tích hàm x(t) bất kỳ như hình vẽ theo hàm 1(t).



$$x(t) = K + a_0 t.1(t) - a_1.1(t-t_1) - a_2(t-t_2).1(t-t_2) - a_3(t-t_3).1(t-t_3)$$
$$+a_4(t-t_4).1(t-t_4)$$

2.4.2 Phản ứng của khâu hay hệ

2.4.2.1 Đặc tính thời gian

Đặc tính thời gian của phần tử hay hệ thống là sự thay đổi tín hiệu ra theo thời gian khi tín hiệu vào là các hàm 1(t), δ(t) hoặc tín hiệu bất kỳ x(t).

Hàm quá độ h(t): Mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra khi tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị 1(t).

Ta có:

Tín hiệu vào: $u(t) = 1(t) \rightarrow U(p) = \frac{1}{p}$

Tín hiệu ra: $y(t) = h(t) \rightarrow Y(p) = H(p)$

Hàm truyền của phần tử:

$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H(p)}{\frac{1}{p}} = p.H(p)$ Hay: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p)$

Hàm trọng lượng k (t): Là phản ứng của phần tử khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị δ(t).

Tín hiệu vào: $u(t) = \delta(t) \rightarrow U(p) = 1$

Tín hiệu ra: $y(t) = k(t) \rightarrow Y(p) = K(p)$

Hàm truyền của phần tử:

$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K(p)}{1} = K(p)$

Hay: $K(p) = W(p)$

Từ H (p) và K (p) ta có mối liên hệ giữa h (t) và k (t):

$$h(t) = \int_0^t k(t)dt \text{ hay } \qquad k(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

2.4.2.2 Đặc tính tần số

Đặc tính tần số của phần tử hay hệ thống là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu vào. Với tín hiệu vào biến đổi theo qui luật điều hoà.

Giả sử ở đầu vào phần tử cho tác động u(t) có dạng: $u(t) = A_V Sin\omega t$ thì sau thời gian quá độ, đầu ra của nó nhận được một tín hiệu điều hoà khác có cùng tần số, khác biên độ và lệch pha so với u(t) 1 góc φ.

$y(t) = A_R Sin(\omega t + \varphi)$

Nếu giữ A_V = Const và thay đổi ω thì A_R và φ sẽ thay đổi theo.

- Sự phụ thuộc của φ vào ω được gọi là đặc tính pha tần số (PT) ký hiệu là φ(ω).
- Sự thay đổi của $A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$ theo ω được gọi là đặc tính biên độ tần số (BT) .
- Hàm truyền tần số của phần tử:

Nếu đầu vào phần tử có dạng: $u(t) = A_V.e^{j\omega t}$

Thì ở trạng thái xác lập đầu ra của phần tử là: $y(t) = A_R.e^{j(\omega t + \varphi)}$

Đồng thời:

$$\frac{d^m u}{dt^m} = A_V (j\omega)^m e^{j\omega t}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} = A_R (j\omega)^n e^{j(\omega t+\varphi)}$$

Mặt khác theo phần trước ta có:

$a_o.\frac{d^n y}{dt^n} + a_1.\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_{n-1}.\frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0.\frac{d^m u}{dt^m} + b_1.\frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + ... + b_{m-1}.\frac{du}{dt} + b_m u(t)$ Thay vào biến đổi ta được:

$$[a_o.(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1}. + ... + a_{n-1}.(j\omega) + a_n]A_R e^{j[\omega t+\varphi]}$$
$$= b_0.(j\omega)^m + b_1.(j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}.(j\omega) + b_m]A_V e^{j\omega t}$$

Chuyển đổi biểu thức trên và đặt:

$$W(j\omega) = \frac{A_R}{A_V} e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}(j\omega) + a_n}$$

$W(j\omega)$ được gọi là hàm truyền tần số của phần tử với:

$A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$: Là biên độ của $W (j\omega)$.

$\varphi(\omega)$: Là góc pha của $W (j\omega)$.

Mặt khác ta có hàm truyền đạt của phần tử là:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n}$$

So sánh ta thấy rằng có thể nhận được hàm truyền tần số của phần tử từ hàm truyền đạt của nó bằng cách thay $p = j\omega$.

- Đặc tính tần số phần thực và phần ảo:

Tách phần thực và phần ảo của $W(j\omega)$ ta được:

$W(j\omega) = A(\omega)e^{j.\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j\frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$ Trong đó:

$R(\omega) = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần thực của phần tử.

$I(\omega) = \frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần ảo của phần tử.

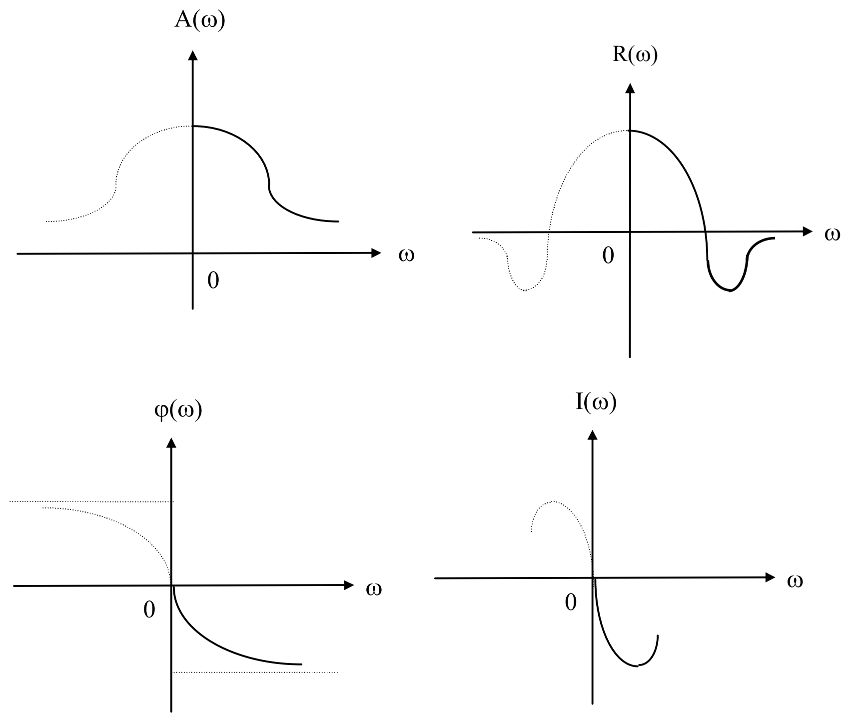
Khi đó đặc tính biên độ tần số và đặc tính pha tần số xác định theo biểu thức:

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Đặc tính A (ω), R(ω) là các hàm chẵn đối xứng qua trục tung.

Đặc tính φ(ω), I(ω) là các hàm lẻ đối xứng qua gốc toạ độ.



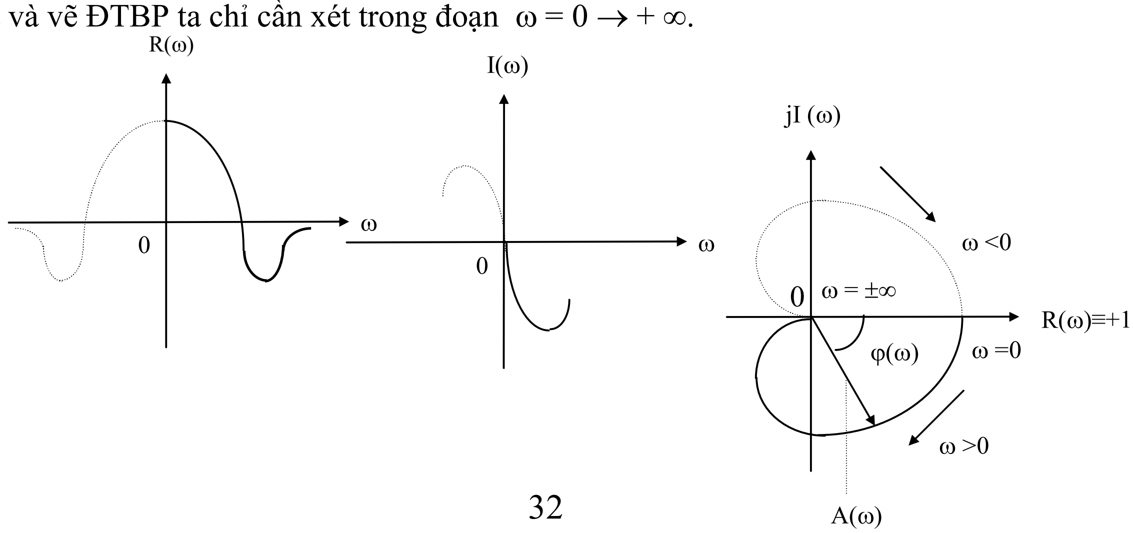
- Đặc tính tần số biên pha: (ĐTBP)

Cho ω biến thiên (từ $-\infty \rightarrow +\infty$) biểu diễn hàm truyền đạt tần số

$$w(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

trên mặt phẳng phức ta sẽ được đặc tính tần số biên pha.

Đặc tính tần số biên pha gồm hai nhánh đối xứng nhau qua trục thực. Nên khi khảo sát và vẽ ĐTBP ta chỉ cần xét trong đoạn $\omega = 0 \rightarrow +\infty$.



- Đặc tính tần số logarit:

Lấy logarit 2 vế hàm truyền tần số W (jω) = A(ω).$e^{j\varphi(\omega)}$ ta được:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\,\varphi(\omega)$$

Người ta gọi:

- lnA(ω): đặc tính biên độ tần số logarit (BTL). Để đơn giản cho tính toán chuyển từ ln sang lg.

- φ(ω): đặc tính pha logarit (PTL).

Đặc tính biên độ tần số logarit L(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với:

- Trục tung biểu diễn biên độ đơn vị tính là đêcibel (db). 1 Đêxiben bằng $\frac{1}{10}$ bel.

Bel là đơn vị đo logarit thập phân của hệ số khuyếch đại công suất của tín hiệu. 1 bel ứng với khuyếch đại công suất lên 10 lần, 2 bel khuyếch đại lên 100 lần ...Mà công suất của tín hiệu lại tỷ lệ với bình phương biên độ tín hiệu nên:

$$1 \text{ bel} \rightarrow \lg A^2(\omega) = 2\lg A(\omega)$$

Nếu tính đơn vị là Đêxibel:

$$1\text{bel} = 10 \text{ db} \rightarrow 10.2\lg A(\omega) = 20 \lg A(\omega) \text{ (db)}.$$

Đặc tính biên độ tần số Logarit tính theo đơn vị Đexibel được ký hiệu là L(ω)

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) \qquad \text{(db)}$$

- Trục hoành biểu diễn tần số ω và có thể dùng các đơn vị:

Radiăng (rad): biểu diễn trục tiếp tần số ω (rad/s) đơn giản dễ hiểu nhưng phải chia phi tuyến theo hàm logarit cơ số 10 nên khó áp dụng, chỉ nên dùng khi có tọa độ chia sẵn.

Đecac (dec): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 10 lần:

1 dec ~ $\lg\omega_2 - \lg\omega_1$, nếu $\omega_2 = 10\omega_1$

Chọn $\omega_1 = 1 \text{ rad}$ làm gốc muốn tìm giá trị dec của ω bất kỳ ta có:

$$\lg\omega - \lg\omega_1 = \lg\frac{\omega}{\omega_1} = \lg\omega \text{ (dec)}$$

Và $\omega_1 = 1 \text{ rad} \Rightarrow \lg\omega_1 = 0 \text{ (dec)}$: gốc toạ độ

Khi đó trục hoành được chia đều, đây là đơn vị thường dùng

Octavit (Oct): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 2 lần

$1 \text{ (oct)} = \lg\omega_2 - \lg\omega_1$; Với $\omega_2 = 2\omega_1$; chọn $\omega_1 = 1$ rad làm gốc

$$\Rightarrow 1 \text{ (oct)} = \lg\frac{\omega_2}{\omega_1} = \lg 2 = 0{,}3\text{(dec)}$$

Đặc tính pha tần số logarit φ(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với trục tung biểu diễn góc pha φ với đơn vị đo bằng độ hoặc radiăng trục hoành đo theo đơn vị đecac (dec).

Để sử dụng thuận lợi thường vẽ L(ω), φ(ω) cùng trung trục hoành hoặc trục hoành là tịnh tiến của nhau.

2.4.3 Phân loại các khâu động học

Dựa vào mô tả toán học người ta phân loại các khâu động học thành 4 nhóm

2.4.3.1 Nhóm khâu nguyên hàm: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra lặp lại quy luật lượng vào

- Khâu tỷ lệ: $W(p) = K$
- Khâu quán tính: $W(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$
- Khâu dao động: $W(p) = \dfrac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$
- Khâu không ổn định: $W(p) = \dfrac{K}{Tp-1}$

2.4.3.2 Nhóm khâu vi phân: là những khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với vi phân lượng vào.

- Vi phân lý tưởng: $W(p) = Kp$
- Vi phân thực: $W(p) = K(Tp+1)$

2.4.3.3 Khâu tích phân: là khâu động học mà ở chế độ xác lập lượng ra tỷ lệ với tích phân lượng vào. $W(p) = \dfrac{K}{p}$

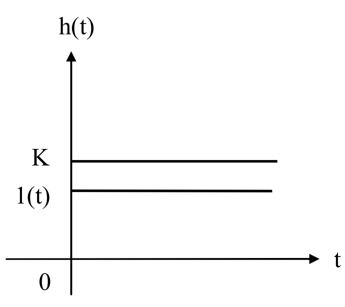
2.4.3.4 Khâu chậm sau: là khâu động học mà lượng ra lặp lại lượng vào sau một khoang thời gian trễ τ: $W(p) = e^{-\tau p}$

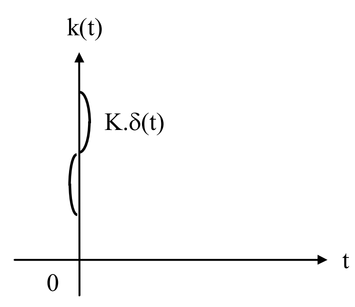
2.5 Các đặc tính của các khâu động học cơ bản

2.5.1 Khâu khuyếch đại (tỷ lệ): W(p) = K

2.5.1.1 Đặc tính thời gian

- Hàm quá độ: h(t) = K.1(t)
- Hàm trọng lượng: $k(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = K.\delta(t)$





2.5.1.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K + j\,0 = K.e^{j\,0}$

- Đặc tính tần số biên pha: TBP

$R(\omega) = K$

$I(\omega) = 0$

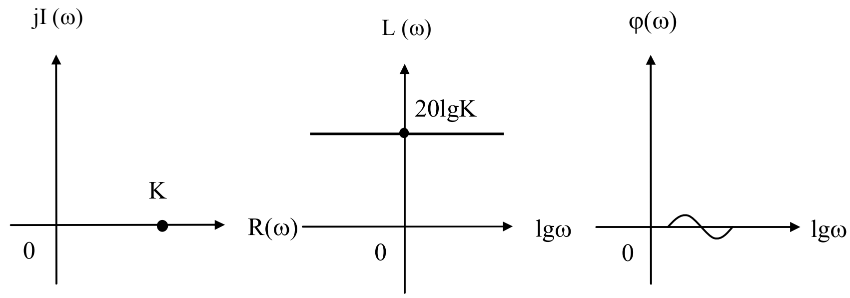
- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$

$L(\omega) = 20\ \lg A(\omega) = 20\ \lg K$

- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = 0$$

đặc tính trùng với trục hoành như hình vẽ.



2.5.2 Khâu quán tính bậc 1: $W(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$

2.5.2.1 Đặc tính thời gian

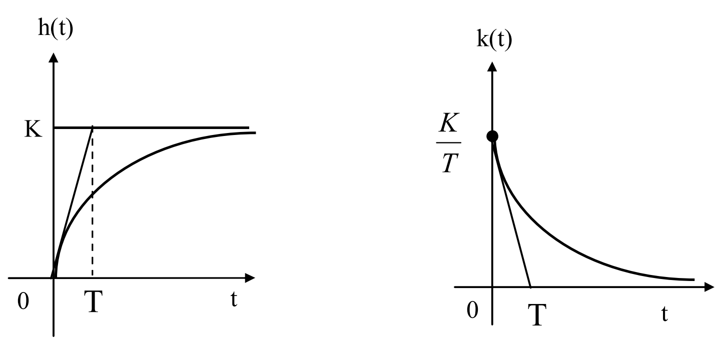
- Hàm quá độ h(t):

Ta có: $H(p) = \dfrac{1}{p}.W(p) = \dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{1+Tp}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{1+Tp}] = K.1(t).(1- e^{-\frac{t}{T}})$

- Hàm trọng lượng k(t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T}.1(t).e^{-\frac{t}{T}}$$



2.5.2.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+jT\omega} = \frac{K}{1+(T\omega)^2} - j\frac{KT\omega}{1+(T\omega)^2} = R(\omega) + j\,I(\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg(\omega T)$$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và $\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\omega T$

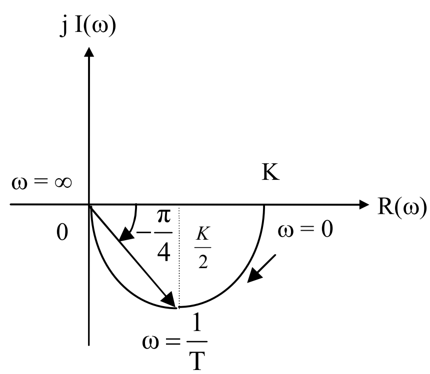
$$\rightarrow R^2(\omega)+I^2(\omega) = \frac{K^2}{1+(\omega T)^2}$$

$$\rightarrow [R^2(\omega)+I^2(\omega)]^2 = K^2R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega)+I^2(\omega) = KR(\omega)$$

$$\rightarrow R^2(\omega) - KR(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = I^2(\omega) + \frac{K^2}{4}$$

Hay $\left[R(\omega)-\frac{K}{2}\right]^2 + I^2(\omega) = \left(\frac{K}{2}\right)^2$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(\frac{K}{2},0)$, bán kính $\frac{K}{2}$. Theo trên ta chỉ xét ω = 0 → ∞ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số loagrit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\,\lg A(\omega) = 20\,\lg\frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega)=\begin{cases}L_1(\omega)=20\lg K & \text{khi } \omega\to 0\\ L_2(\omega)=20\lg K-20\lg \omega T & \text{khi } \omega\to\infty\end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega)=\lim_{\omega\to 0}L(\omega)=\lim_{\omega\to 0}(20\lg K-20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2})=20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega)=\lim_{\omega\to\infty}L(\omega)=\lim_{\omega\to\infty}(20\lg K-20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2})=20\lg K-20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha=\dfrac{L(\omega_2)-L(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha=\dfrac{L_1(\omega_2)-L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}=0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha=\dfrac{L_2(\omega_2)-L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}$

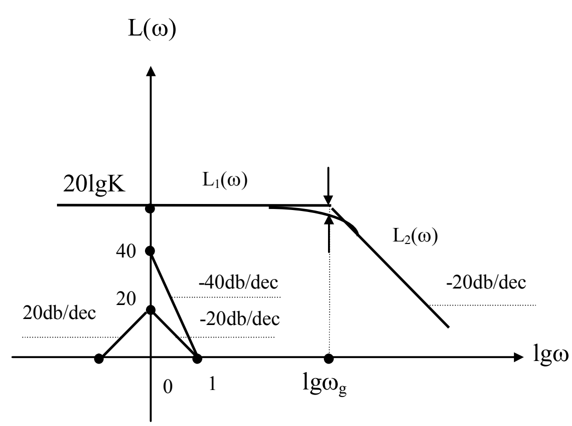
$$tg\alpha=\frac{[20\lg K-20\lg\omega_2 T]-[20\lg K-20\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2-\lg\omega_1}=\text{- 20 (db/dec)}$$

Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \rightarrow 20\lg K = 20\lg K - 20\lg\omega_g T \rightarrow\ \omega_g=\dfrac{1}{T}$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:



Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20\lg K - [20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}\ ] = 20\lg\sqrt{2}$ (db) $\cong$ 2,9 (db) < [3(db)]

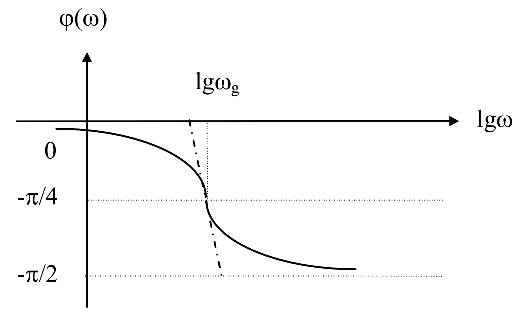
- Đặc tính pha tần số logarit:$\varphi(\omega)$

$\varphi(\omega)$ = arctg $\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg(\omega T)$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{4}$ (điểm uốn)

$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2}$



2.5.3 Khâu dao động

Hàm truyền đạt có dạng: W(p) = $\dfrac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}$

Từ hàm truyền đạt ta có phương trình đặc tính:

$$T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1 = 0$$

$$\Delta' = (\xi T)^2 - T^2 = T^2(\xi^2 - 1)$$

2.5.3.1 Đặc tính thời gian

Trường hợp 1: nếu $\Delta' > 0$ hay $\xi > 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hai khâu quán tính:

$$W(p) = K.\frac{1}{1+T_1p}.\frac{1}{1+T_2p}$$

Với: $T_1 + T_2 = 2.\xi.T$ và $T_1.T_2 = T^2$

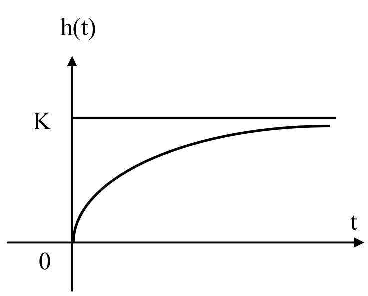
- Hàm quá độ h(t):

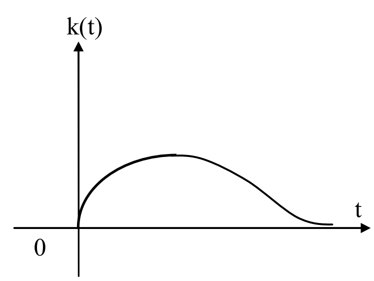
Ta có: $H(p) = \dfrac{1}{p}.W(p) = \dfrac{1}{p}.K.\dfrac{1}{1+T_1p}.\dfrac{1}{1+T_2p}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\dfrac{1}{p}.K\dfrac{1}{1+T_1p}.\dfrac{1}{1+T_2p}]$

Giả sử $T_1 > T_2$ thì hàm quá độ là:

$$h(t) = K(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}).1(t)$$





- Hàm trọng lượng k (t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K.1(t)}{T_1 - T_2}\left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}\right)$$

- Trường hợp 2: nếu $\Delta^{'} < 0$ hay $\xi < 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm phức:

$$p_{1,2} = \frac{-\xi}{T} \pm \frac{j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = \alpha \pm j\beta$$

Với:

$$\alpha = -\frac{\xi}{T}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$$

- Hàm quá độ h(t):

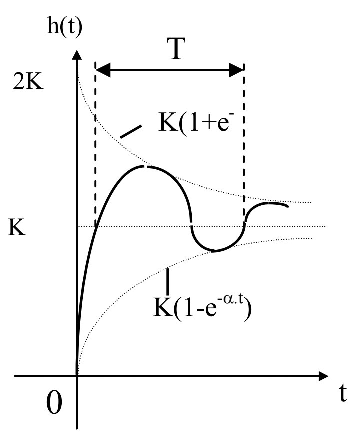
Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.\frac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}$

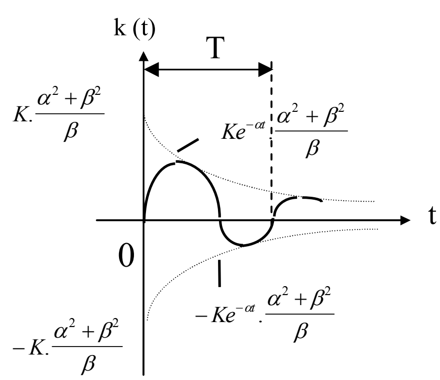
$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\frac{1}{p}.\frac{K}{T^2.p^2 + 2.\xi.T.p + 1}]$

$$= K\left\{1 - e^{\alpha t}\left[Cos(\beta.t) - \frac{\alpha}{\beta}Sin(\beta.t)\right]\right\}.1(t)$$

- Hàm trọng lượng k (t):

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta}e^{\alpha t}Sin(\beta t).1(t)$$





2.5.3.2 Đặc tính tần số

- Trường hợp 1*:* nếu $\Delta^{'} < 0$ hay $\xi < 1$ khi đó:

Hàm truyền tần số: W(jω) = $\dfrac{K}{-T^2\omega^2 + 2\xi T.j\omega + 1}$

$$= \frac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2} - j\frac{2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$$

= R(ω) + jI(ω) = A(ω).$e^{j\varphi(\omega)}$

R(ω) = $\dfrac{K(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$

I(ω) = $\dfrac{-2.K.\xi.T.\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4.(\xi.T.\omega)^2}$

A(ω) = $\sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \dfrac{K}{\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2 + 4(\xi..T.\omega)^2}}$

φ(ω) = arctg$\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg\dfrac{2.\xi.T.\omega}{1-T^2\omega^2}$

Khảo sát A(ω) ta thấy hàm số có thể có cực trị tại các tần số

$\omega_1 = 0$; $\omega_{ch} = \dfrac{1}{T}\sqrt{1-2\xi^2}$; $\omega_2 = \infty$

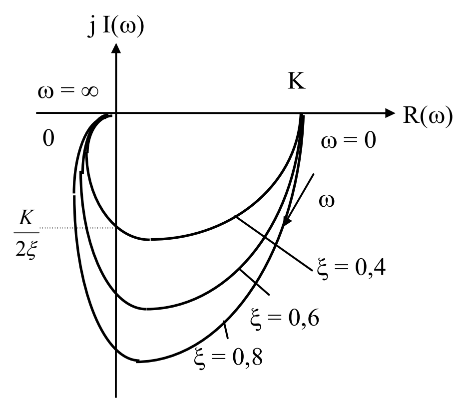
Trong đó ω_{ch} chỉ tồn tại khi $\sqrt{1-2\xi^2} > 0 \rightarrow \xi < \sqrt{0.5} = 0{,}707$ và được gọi là tần số cộng hưởng. Biên độ cực đại ứng với tần số này là:

$$A(\omega_{ch}) = \frac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Khi ξ càng nhỏ hiện tượng cộng hưởng xảy ra càng mãnh liệt, khi ξ = 0 thì $A(\omega_{ch}) \rightarrow \infty$.

- Đặc tính tần số biên pha: Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số biên pha như hình vẽ:

ω	R(ω)	I(ω)
0	K	0
1/T	0	-K/2ξ
∞	0	0



- Đặc tính biên độ tần số logarit:

L(ω) = 20lgA(ω)

$$= 20\lg\frac{K}{\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi..T.\omega)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi.T.\omega)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg \quad \text{khi } \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K - 40\lg\omega T \text{ khi } \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi.T.\omega)^2}) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to\infty}(20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi.T.\omega)^2})$$
$$= 20\lg K - 40\lg\omega T$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2)-L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2)-L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2)-L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

$$\to tg\alpha = \frac{[20\lg K - 40\lg\omega_2 T] - [20\lg K - 40\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = -40 \text{ (db/dec)}$$

Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \to 20\lg K = 20\lg K - 40\lg\omega_g T \to \omega_g = \dfrac{1}{T}$

Để có thể tiệm cận hoá được đường cong $L(\omega)$ theo $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ thì sai lệch biên độ lớn nhất tại tần số t $\omega_g = \dfrac{1}{T}$ phải thoả mãn điều kiện: $\Delta L(\omega_g) \le 3$ (db).

Khi đó:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g)$

$= 20\lg K - (20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi.T.\omega)^2})$

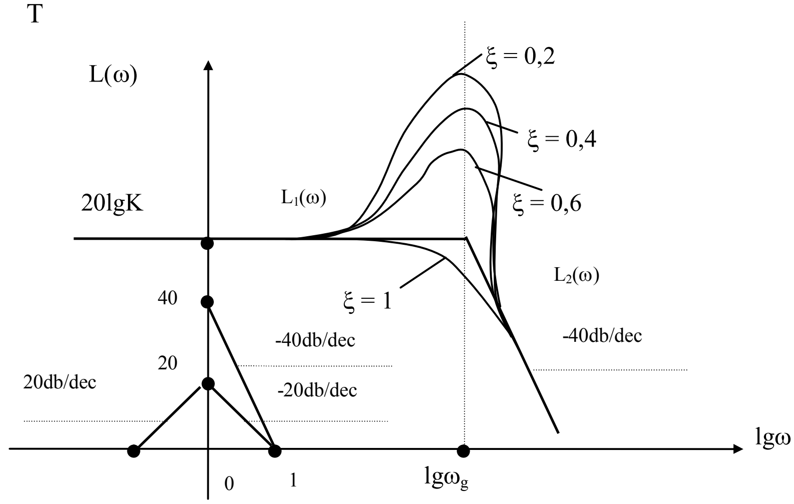
$= 20\lg\sqrt{4\xi^2} = \pm 20\lg 2\xi \le 3$ (db).

Hay: $0{,}38 \le \xi \le 0{,}71$ (*)

Khi ξ không thoả mãn điều kiện (*) thì ta phải vẽ chính xác $L(\omega)$ theo:

$$L(\omega) = 20\lg K - 20\lg\sqrt{(1-T^2.\omega^2)^2+4(\xi.T.\omega)^2}$$

Khi ξ thoả mãn điều kiện (*) đặc tính có dạng như hình vẽ: khi $\xi<0,38$ đặc tính xảy ra cộng hưởng tại $\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T}$



- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

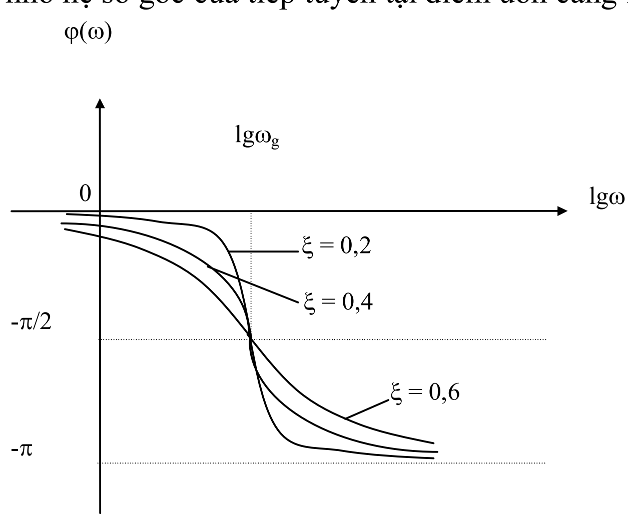
$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -arctg\frac{2.\xi.T.\omega}{1-T^2\omega^2}$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2}$ (điểm uốn)

$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\pi$

Khi ξ càng nhỏ hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn càng lớn

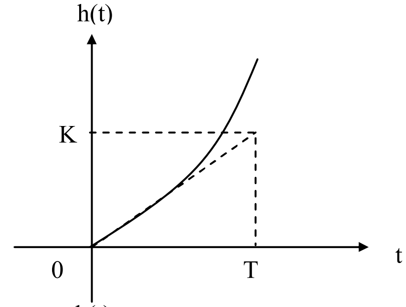


- Trường hợp 2*:* nếu $\Delta' \geq 0$ hay $\xi \geq 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm thực. Ta có thể tách khâu dao động thành hệ gồm hai khâu quán tính mắc nối tiếp. Các đặc tính tần số của hệ thống sẽ được xét ở phần sau.

2.5.4 Khâu không ổn định bậc một: $W(p) = \dfrac{K}{Tp-1}$

2.5.4.1 Đặc tính thời gian

- Hàm quá độ h(t):

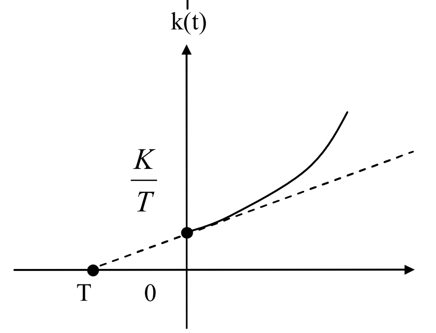


Ta có: $H(p) = \dfrac{1}{p}.W(p) = \dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{Tp-1}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{Tp-1}] = K.1(t).(e^{\frac{t}{T}} - 1)$

- Hàm trọng lượng k(t):

$k(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = \dfrac{K}{T}.1(t).e^{\frac{t}{T}}$



2.5.4.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số:

$W(j\omega) = \dfrac{K}{jT\omega - 1} = -\dfrac{K}{1+(T\omega)^2} - j\dfrac{KT\omega}{1+(T\omega)^2} = R(\omega) + j\,I(\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \dfrac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$

Ta thấy rằng R (ω)và Iv (ω) đều âm nên:

$\varphi(\omega) = \text{arctg}\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = \text{arctg}\omega T + (-\pi)$

- Đặc tính tần số biên pha: ta có $A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$ và $\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = \omega T$

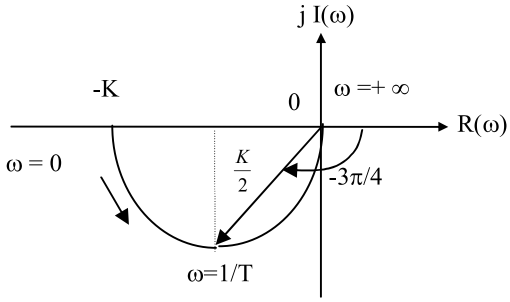
$\rightarrow \left[\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)}\right]^2 = (\omega T)^2$ ta có $R^2(\omega) + I^2(\omega) = \dfrac{K^2}{1+(\omega T)^2}$

$\rightarrow [R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2 = K^2R^2(\omega) \rightarrow R^2(\omega) + I^2(\omega) = -KR(\omega)$

$\rightarrow R^2(\omega) + KR(\omega) + \dfrac{K^2}{4} + I^2(\omega) = \dfrac{K^2}{4}$

Hay $\left[R(\omega) + \dfrac{K}{2}\right]^2 + I^2(\omega) = \left(\dfrac{K}{2}\right)^2$

Đây là phương trình đường tròn tâm $(-\dfrac{K}{2}, 0)$, bán kính $\dfrac{K}{2}$. Theo trên ta chỉ xét ω = 0 → ∞ như vậy đặc tính là một nửa đường tròn như hình vẽ:



- Đặc tính biên độ tần số loagrit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg K & \text{khi } \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K - 20\lg \omega T & \text{khi } \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to \infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to \infty}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}) = 20\lg K - 20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

$$\to tg\alpha = \frac{[20\lg K - 20\lg\omega_2 T] - [20\lg K - 20\lg\omega_1 T]}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = -20 \text{ (db/dec)}$$

Xác định tần số gẫy: ω_g

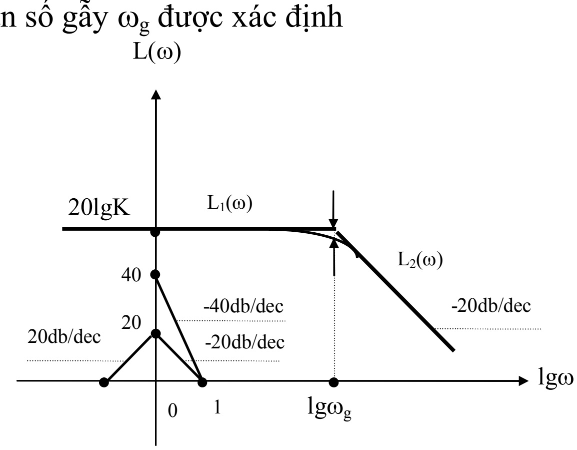
Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g)$

$\to 20\lg K = 20\lg K - 20\lg\omega_g T$

$\to \omega_g = \dfrac{1}{T}$

Đặc tính có dạng như hình vẽ.



Sai lệch lớn nhất giữa đường tiệm cận với đường đặc tính chính xác tại ω_g là:

$\Delta L(\omega_g) = L_1(\omega_g) - L(\omega_g) = 20\lg K - [20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}\,] = 20\lg\sqrt{2}$ (db) $\cong$ 2,9(db)

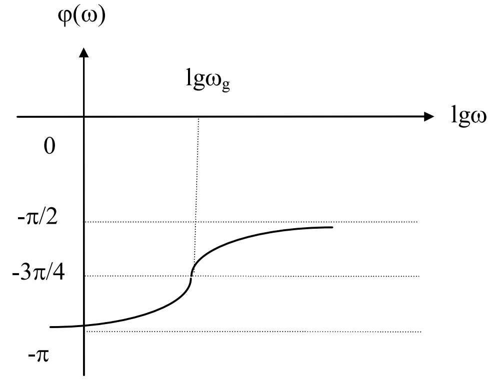
- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\omega T) - \pi$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = -\pi$

$$\omega = \omega_g = \frac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$



2.5.5 Khâu vi phân lý tưởng: $W(p) = Kp$

2.5.5.1 Đặc tính thời gian

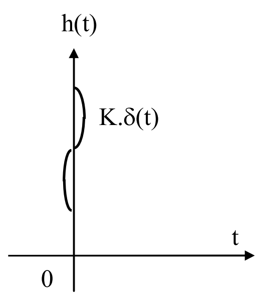
- Hàm quá độ:

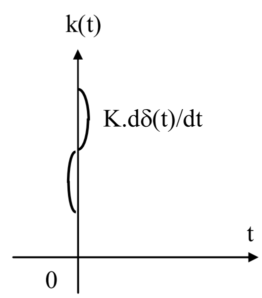
Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}.Kp = K$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[K] = K.\delta(t)$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K\frac{d\delta(t)}{dt}$$





2.5.5.2 Đặc tính tần số

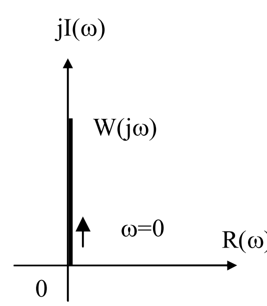
- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = jK\omega = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K\omega$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$$

- Đặc tính tần số biên pha:

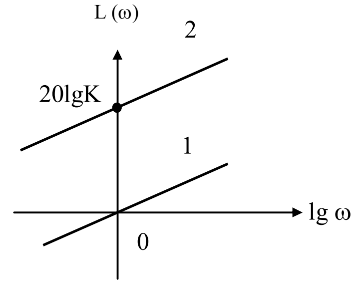
Cho ω biến thiên từ 0 đến $+\infty$ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ



$R(\omega) = 0$

$I(\omega) = K\omega$

- Đặc tính biên độ tần số logarit: $L(\omega)$



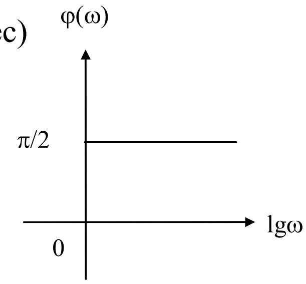
$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20\lg T\omega$

$= 20\lg T + 20\lg\omega$

Khi K = 1 → $L(\omega) = 20\lg\omega$

Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số ω =1, có độ nghiêng được xác định như sau:

$$tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = \frac{20\lg\omega_2 - 20\lg\omega_1}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = +20 \text{ (db/dec)}$$



Khi K>1 đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg\infty = \frac{\pi}{2}$$

đặc tính như hình vẽ.

2.5.6 Khâu vi phân bậc một: $W(p) = K(Tp +1)$

2.5.6.1 Đặc tính thời gian

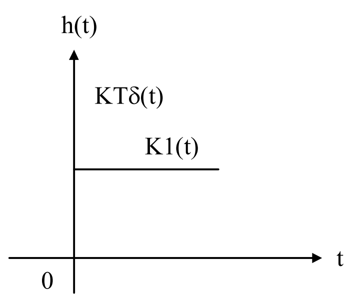
- Hàm quá độ:

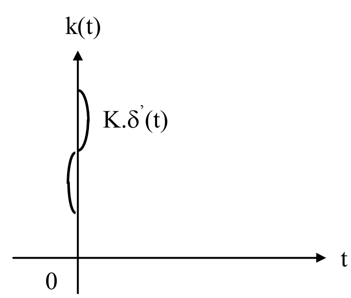
Ta có: $H(p) = \frac{1}{p}.W(p) = \frac{1}{p}K(Tp +1) = K(T + \frac{1}{p})$

$$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[K(T+\frac{1}{p})] = K[1(t) +T.\delta(t)]$$

- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K[\delta(t)+T.\frac{d\delta(t)}{dt}]$$





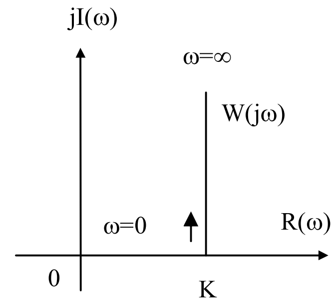
2.5.6.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K(Tj\omega +1) = K +jKT\omega = R(\omega) + jI(\omega)$

$= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)} = K\sqrt{1+(T\omega)^2}$

$\varphi(\omega) = \text{arctg}\dfrac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctgT\omega$



- Đặc tính tần số biên pha:

Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số TBP như hình vẽ

- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\ \text{lg}A(\omega) = 20\text{lg}\ (K\sqrt{1+(T\omega)^2}\ )$$

$$= 20\text{lg}K + 20\text{lg}\sqrt{1+(T\omega)^2}$$

Nếu vẽ chính xác đặc tính là đường cong tuy nhiên ta có thể thay thế bằng các đường tiệm cận:

$$L(\omega) = \begin{cases} L_1(\omega) = 20\lg K & \text{khi } \omega \to 0 \\ L_2(\omega) = 20\lg K + 20\lg \omega T & \text{khi } \omega \to \infty \end{cases}$$

Thật vậy:

- Đường tiệm cận $L_1(\omega)$:

$$L_1(\omega) = \lim_{\omega\to 0} L(\omega) = \lim_{\omega\to 0}(20\lg K - 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}\,) = 20\lg K$$

- Đường tiệm cận $L_2(\omega)$:

$$L_2(\omega) = \lim_{\omega\to \infty} L(\omega) = \lim_{\omega\to \infty}(20\lg K + 20\lg\sqrt{1+(T\omega)^2}\,) = 20\lg K + 20\lg T\omega$$

Xác định độ nghiêng: $tg\alpha = \dfrac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

- $L_1(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_1(\omega_2) - L_1(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = 0$

- $L_2(\omega)$: $tg\alpha = \dfrac{L_2(\omega_2) - L_2(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1}$

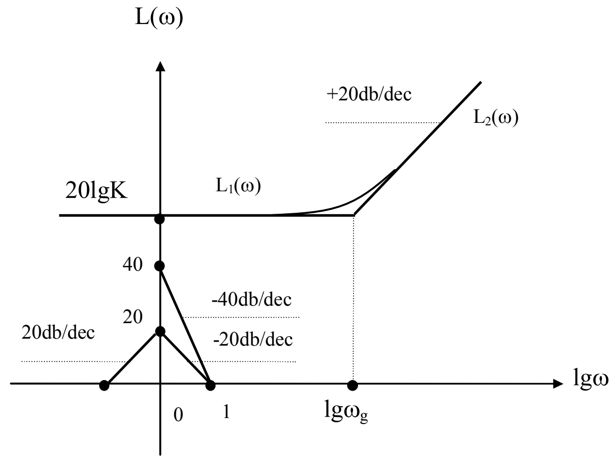
$$\to \text{tg}\alpha = \frac{[20\lg K + 20\lg 10\omega_1 T] - [20\lg K + 20\lg\omega_1 T]}{\lg 10\omega_1 - \lg\omega_1} = +\ 20 \text{ (db/dec)}$$

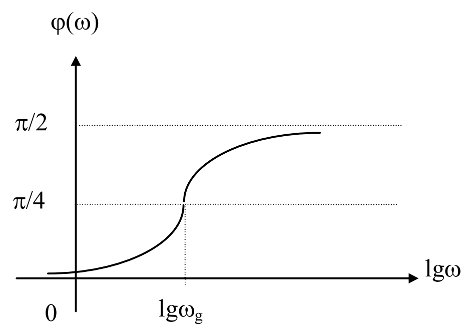
Xác định tần số gẫy: ω_g

Hai đặc tính $L_1(\omega)$và $L_2(\omega)$ cắt nhau tại tần số gẫy ω_g được xác định

$$L_1(\omega_g) = L_2(\omega_g) \to 20\text{lg}K = 20\text{lg}K + 20\text{lg}\omega_g T \to\ \omega_g = \frac{1}{T}$$

Đặc tính có dạng như hình vẽ:





- Đặc tính pha tần số logarit: $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(\omega T)$$

Khi $\omega = 0 \rightarrow \varphi(\omega) = 0$

$\omega = \omega_g = \dfrac{1}{T} \rightarrow \varphi(\omega) = \dfrac{\pi}{4}$ (điểm uốn)

$\omega = \infty \rightarrow \varphi(\omega) = \dfrac{\pi}{2}$

2.5.7 Khâu tích phân: $W(p) = \dfrac{K}{p}$

2.5.7.1 Đặc tính thời gian

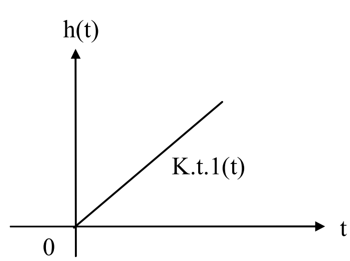
- Hàm quá độ:

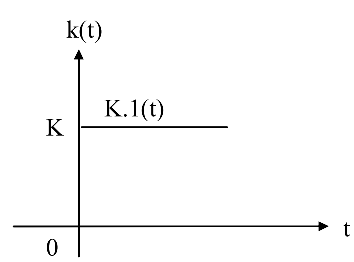
Ta có: $H(p) = \dfrac{1}{p}.W(p) = \dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{p} = \dfrac{K}{p^2}$

$\rightarrow h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}[\dfrac{1}{p}.\dfrac{K}{p}] = K.t.1(t)$

- Hàm trọng lượng:

$k(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = K.1(t)$



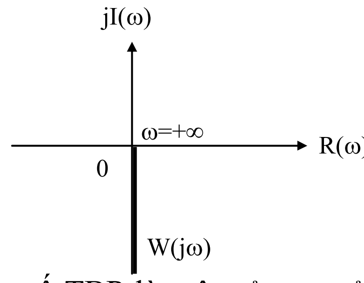


2.5.7.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số: W(jω) = $\dfrac{K}{j\omega} = -j\dfrac{K}{\omega}$ = R(ω) + jI(ω) = A(ω)$e^{j\varphi(\omega)}$

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} = arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$



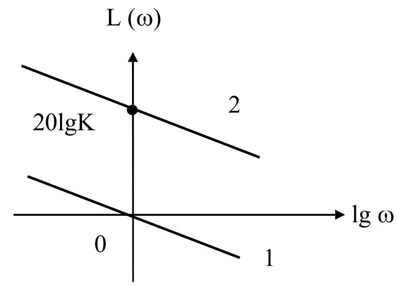
- Đặc tính tần số biên pha:

Cho ω biến thiên từ 0 đến +∞ ta được đặc tính tần số TBP là một nửa trục ảo như hình vẽ

- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

$$L(\omega) = 20\ \mathrm{lg}A(\omega) = 20\mathrm{lg}\ \frac{K}{\omega}$$

$$= 20\mathrm{lg}K - 20\mathrm{lg}\omega$$



Khi K = 1 → L(ω) = - 20lgω

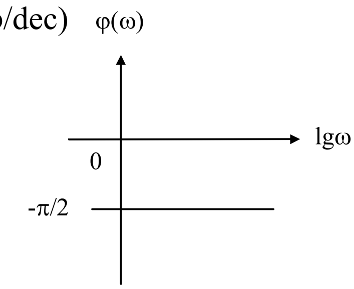
Đặc tính là đường 1 trên hình vẽ cắt trục hoành tại tần số ω =1, có độ nghiêng được xác định như sau:

$$tg\alpha = \frac{L(\omega_2) - L(\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = \frac{-20\lg\omega_2 - (-20\lg\omega_1)}{\lg\omega_2 - \lg\omega_1} = -20\ (\text{db/dec})$$

Khi K >1 đặc tính là đường 2 trên hình vẽ:

- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{\mathrm{I}(\omega)}{\mathrm{R}(\omega)} = \mathrm{arctg}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$



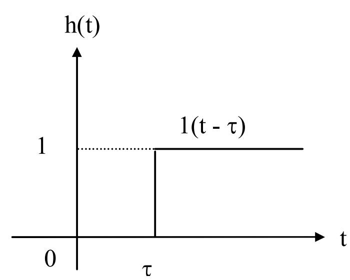
2.5.8 Khâu chậm trễ: W(p) = $e^{-p\tau}$

2.5.8.1 Đặc tính thời gian

- Hàm quá độ:

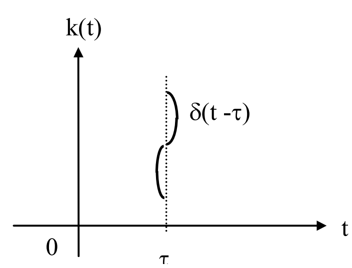
Ta có: H(p) = $\dfrac{1}{p}$.W(p) = $\dfrac{1}{p}$. $e^{-p\tau}$

→ h(t) = $L^{-1}[\dfrac{1}{p}.\ e^{-p\tau}]$ = 1(t - τ)



- Hàm trọng lượng:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d1(t-\tau)}{dt} = \delta(t-\tau)$$



2.5.8.2 Đặc tính tần số

- Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

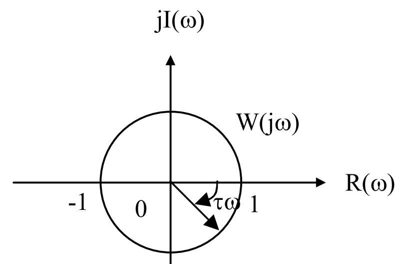
  $A(\omega) = 1 = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$

  $\varphi(\omega) = -\,\omega\tau$

- Đặc tính tần số biên pha:

  $R^2(\omega) + I^2(\omega) = 1$

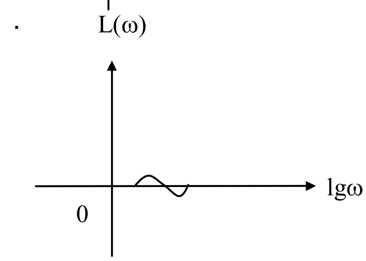
  Là vòng tròn đơn vị như hình vẽ



- Đặc tính biên độ tần số logarit: L(ω)

  $L(\omega) = 20\ \lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0$

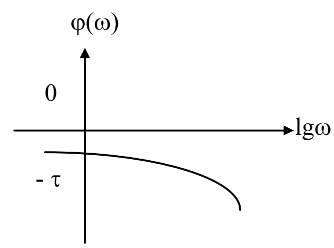
  Đặc tính trùng với trục hoành



- Đặc tính Pha tần số logarit: φ(ω)

  $\varphi(\omega) = -\,\tau\omega$

  đặc tính như hình vẽ.



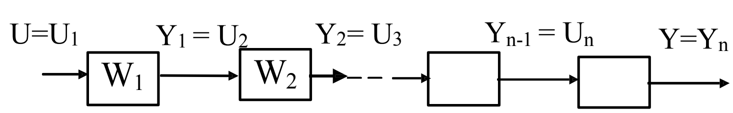
2.6. HÀM TRUYềN ĐẠT (HÀM TRUYỀN) VÀ CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

2.6.1. Hàm truyền đạt của hệ thống điều khiển tự động

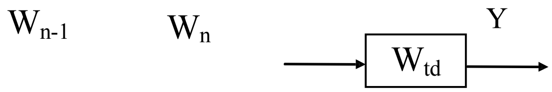
Phần trước chúng ta đã mô tả toán học các phần tử trong hệ điều khiển dưới dạng hàm truyền. Nhưng ta thấy rằng một hệ thống điều khiển thường gồm nhiều các phần tử ghép nối với nhau theo một qui luật nào đó, nhằm đáp ứng được các yêu cầu của hệ. Sau đây ta đi xác định hàm truyền của hệ thống gồm các khâu mắc nối tiếp, song song, mạch mắc phản hồi và nguyên lý chuyển đổi tín hiệu.

2.6.1. 1. Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp

Các phần tử được gọi là mắc nối tiếp nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau. Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên. Tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng.



U



Hình 2.6. Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp và sơ đồ thay thế tương đương

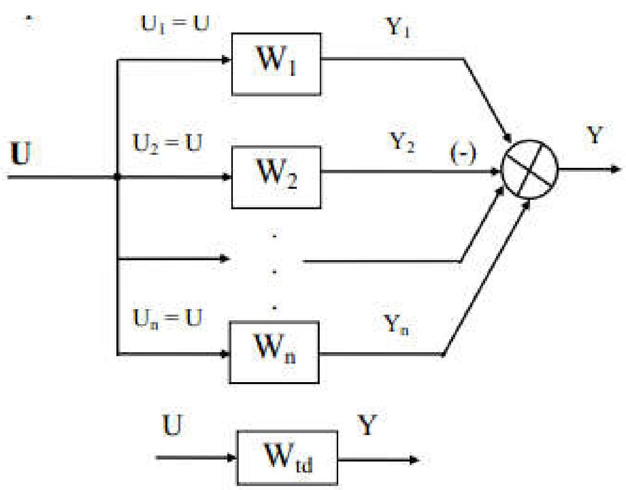
Ta có: $$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U}\cdot\frac{Y_2}{Y_1}\cdots\frac{Y}{Y_{n-1}} = \frac{Y_1}{U_1}\cdot\frac{Y_2}{U_2}\cdots\frac{Y}{U_n} = W_1.W_2...W_n = \prod_{i=1}^{n} W_i$$

2.6.1.2. Hệ thống gồm các phần tử mắc song song

Các phần tử được gọi là mắc song song nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần. Tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số tín hiệu ra của các phần tử thành phần.

$$W_{td} = \frac{Y}{U} = \frac{Y_1}{U} + \frac{-Y_2}{U} + \cdots + \frac{Y_n}{U} = \frac{Y_1}{U_1} + \frac{-Y_2}{U_2} + \cdots + \frac{Y_n}{U_n}$$

$$= W_1 + (-W_2) + ... + W_n = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

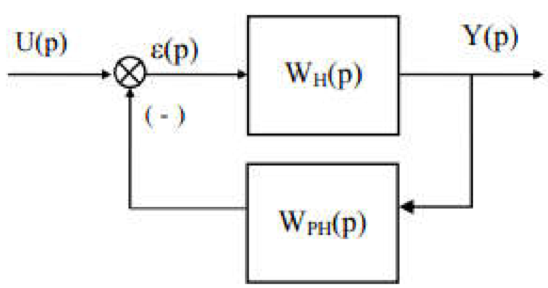


Hình 2.7. Hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp và sơ đồ thay thế tương đương

2.6.1.3. Hệ thống có khâu phản hồi

a) Hàm số truyền của hệ thống có khâu phản hồi âm

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi dương như hình 2.7.



__Hình 2.8.__ Hệ thống có khâu phản hồi âm

Ta có: $W_K(p) = \dfrac{Y(p)}{U(p)}$; $W_H(p) = \dfrac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$

Mặt khác: $\varepsilon(p) = U(p) - Y(p)W_{PH}(p)$

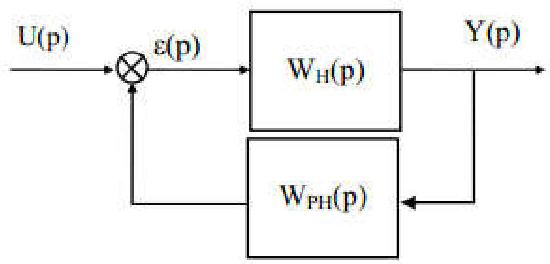
Suy ra : $W_H(p) = \dfrac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \dfrac{Y(p)}{U(p) - Y(p)W_{PH}(p)}$

Vậy:

$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)W_{PH}(p)}$$

b) Hàm số truyền của hệ thống có khâu phản hồi dương

Sơ đồ cấu trúc của hệ kín với phản hồi dương như hình 2.8.



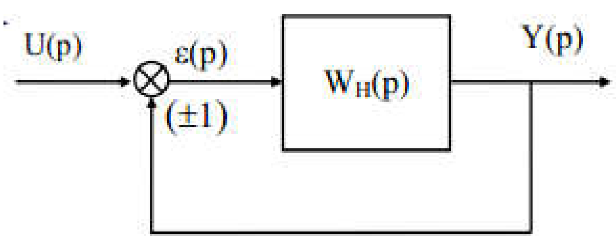
__Hình 2.9.__ Hệ thống có khâu phản hồi dương

Làm tương tự ta tìm được:

$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 - W_H(p)W_{PH}(p)}$$

Chú ý: với hệ có phản hồi đơn vị, thì hàm truyền hệ kín được tính như sau:

$$W_K(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{W_H(p)}{1 \mp W_H(p)}$$

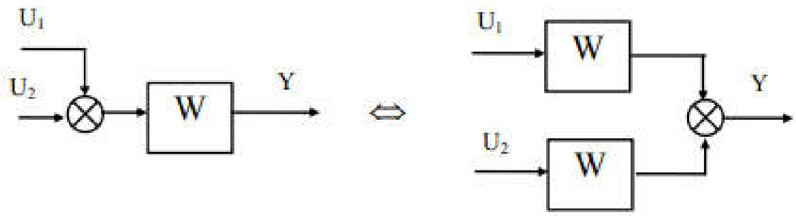


__Hình 2.10.__ Hệ thống có khâu phản hồi đơn vị

2.6.1.4.Chuyển đổi tín hiệu

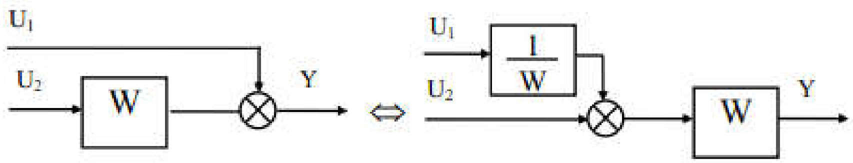
a)Chuyển đổi bộ cộng tín hiệu

- Từ trước một khối ra sau khối đó:



$$Y = (U_1 + U_2)W = U_1W + U_2W$$

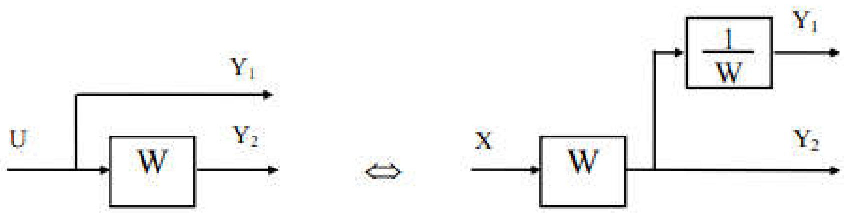
- Từ sau một khối ra trước khối đó:



$$Y = U_1 + U_2W = (U_1 \cdot \frac{1}{W} + U_2)W$$

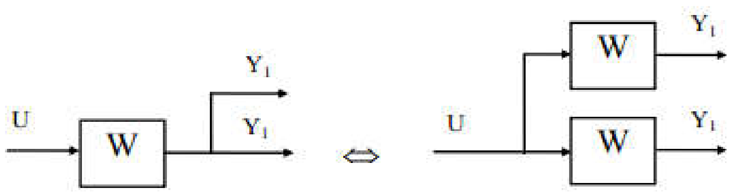
b)Chuyển đổi nút rẽ nhánh tín hiệu:

- Từ trước một khối ra sau một khối:



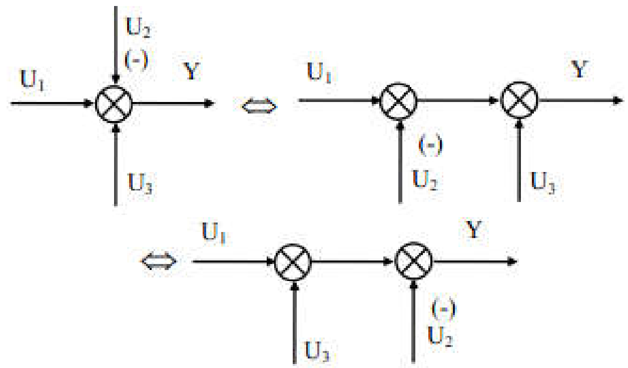
$$Y_1 = U$$
$$Y_2 = W.U$$

- Từ sau một khối ra trước khối đó:



$$Y_1 = U.W$$

c) Các bộ cộng liền nhau có thể đổi chỗ cho nhau



2.6.2. Các đặc tính của hệ thống điều khiển tự động

2.6.2.1 Đặc tính thời gian

Từ hàm truyền của hệ thống ta xác định được H(p) và K(p) của hệ thống sau đó biến đổi Laplace ngược ta tìm được các đặc tính thời gian h(t), k(t) của hệ thống.

2.6.2.2 Đặc tính tần số

- Đặc tính tần số biên pha:

Từ hàm truyền đạt của hệ ta đi xác định hàm truyền tần số bằng cách thay p = jω.

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$W(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Cho ω biến thiên từ $0 \to \infty$ lập bảng biến thiên cho R (ω), I(ω) hoặc A(ω), φ(ω). Sau đó vẽ chúng lên mặt phẳng phức được đặc tính biên pha của hệ.

- Đặc tính tần số biên độ logarit:

Với đặc tính này người ta thường vẽ đặc tính hệ hở trong hệ kín với phản hồi (-1).

Hệ thống hở gồm nhiều phần tử mắc nối tiếp nhau và được mô tả bởi:

$$W_H(p) = \frac{\prod_{i=1}^{n_0} K_i \prod_{i=1}^{n_1} (T_{i1}P + 1).e^{-P\prod_{i=1}^{n_2}\tau_i}}{P^{\gamma} \prod_{i=1}^{n_3} (T_{i2}P + 1) \prod_{i=1}^{n_4} (T_{i3}P^2 + 2\xi_i T_{i3}P + 1)} = W_1(p).W_2(p).W_3(p)\ldots W_n(p)$$

Thay p = jω ta được hàm truyền tần số của hệ thống hở:

$$W_H(j\omega) = W_1(j\omega).W_2(j\omega).W_3(j\omega)\ldots W_n(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega)$$

Nếu hàm truyền tần số được viết dưới dạng

$$W_i(j\omega) = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)}$$

Khi đó:

$$W_H(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)e^{j\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)} = A_H(\omega)e^{j\varphi_H(\omega)}$$

$$L_H(\omega) = 20\lg A_H(\omega) = 20\lg \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)$$

$$L_H(\omega) = 20\lg A_H(\omega) = 20\lg \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} 20\lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega)$$

Ta thấy rằng để vẽ đặc tính biên độ tần số logarit của hệ hở $L_H(\omega)$ ta chỉ việc cộng đại số các đặc tính $L_i(\omega)$ của các khâu có trong hệ. Phép cộng này có thể thực hiện như sau:

- Vẽ tất cả các đặc tính $L_i(\omega)$ của các phần tử trong hệ lên cùng một hệ trục toạ độ sau đó cộng đồ thị.

- Để đơn giản ta có thể thực hiện theo các bước sau:

Bước1: Xác định các tần số gẫy $\omega_{gi} = \dfrac{1}{T_i}$

Tính $\lg\omega_{gi}$ và đặt chúng lên trục hoành.

Bước 2: Xác định giá trị 20lgK hệ hở:

$$20\lg K_h = 20\lg \prod_{i=1}^{n} K_i$$

Sau đó đặt chúng lên trục tung.

Bước 3: Xác định số khâu tích phân có trong hệ (xác định γ)

Bước 4: Qua điểm $20\lg K_H$ vừa tìm được kẻ từ trái qua phải đường thẳng có độ nghiêng -20γ (db/dec) và dừng lại ở tần số gãy nhỏ nhất.

Tại các tần số gẫy đặc tính thay đổi độ nghiêng. Độ nghiêng của hệ thống bằng độ nghiêng của hệ trước đó cộng với độ nghiêng của khâu ứng với tần số gẫy.

Hiệu chỉnh lại đặc tính nếu cần thiết khi trong hệ thống có khâu dao động với ξ không thoả mãn điều kiện: $\xi < 0,38$

- Đặc tính tần số pha logarit: $\varphi_H(\omega)$

$$\varphi_H(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega)$$

Ta thấy rằng đặc tính đều là các hàm arctg. Vì vậy để vẽ đặc tính tần số pha logarit của hệ ta có thể thực hiện bằng phương pháp cộng đồ thị.

2.7. SƠ ĐỒ DÒNG TÍN HIỆU VÀ CÔNG THỨC MASON

Sơ đồ cấu trúc là một cách hữu ích để thể hiện động học hệ thống điều khiển dưới dạng đồ họa và được sử dụng một cách rộng rãi trong phân tích và thiết kế các hệ thống điều khiển. Một phương pháp nghiên cứu tương tự để thể hiện động học hệ thống điều khiển dưới dạng đồ họa là phân tích sơ đồ dòng tín hiệu do S.J Mason đề xuất. Điểm đáng lưu ý là nghiên cứu sơ đồ dòng tín hiệu và sơ đồ cấu trúc cho ta thông tin như nhau về hệ thống và không phương pháp nào trội hơn phương pháp nào.

2.7.1. Sơ đồ dòng tín hiệu

a) Định nghĩa:

Sơ đồ dòng tín hiệu là một sơ đồ thể hiện một tập các phương trình đại số tuyến tính một cách đồng thời. Khi áp dụng phương pháp sơ đồ dòng tín hiệu để phân tích hệ thống điều khiển, trước hết ta phải biến đổi các phương trình vi phân tuyến tính về dạng phương trình đại số trong miền *p*.

Một sơ đồ dòng tín hiệu bao gồm một mạng trong đó các nút được kết nối bởi các nhánh trực tiếp. Mỗi nút đại diện cho một biến hệ thống, mỗi nhánh kết nối giữa hai nút đóng vai trò là bộ nhân tín hiệu. Lưu ý rằng tín hiệu chỉ chảy theo một hướng. Hướng của dòng tín hiệu được thể hiện bằng mũi tên đặt trên mỗi nhánh và hệ số nhân được thể hiện dọc theo nhánh. Sơ đồ dòng tín hiệu mô tả dòng các tín hiệu từ một điểm của một hệ thống tới một điểm khác và đưa ra mối quan hệ giữa các tín hiệu.

b) Các thuật ngữ cơ bản

Trước khi bàn về sơ đồ dòng tín hiệu ta phải đưa ra một số định nghĩa cho các thuật ngữ cụ thể:

+ *Nút:* Một nút là một điểm đại diện cho một biến hay một tín hiệu.

+ *Hệ số truyền:* Là một hệ số khuếch đại thực hoặc phức giữa hai nút. Các hệ số này có thể được diễn giải dưới dạng hàm truyền giữa hai nút.

+ *Nhánh:* Một nhánh là một phần đường được nối trực tiếp giữa hai nút, hệ số khuếch đại của một nhánh là một hệ số truyền.

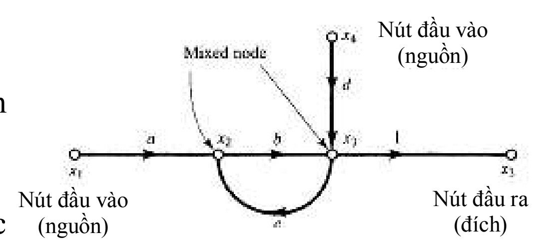
+ *Đường dẫn:* Một đường dẫn là một đoạn giao nhau của các nhánh theo hướng của các mũi tên nhánh. Nếu không có nút nào bị cắt nhiều hơn một lần thì ta có đường dẫn hở. Nếu đường dẫn kết thúc tại cùng một nút từ chỗ nó bắt đầu và không cắt bất cứ nút nào quá một lần thì đường dẫn là đường dẫn kín.

Nếu một đường dẫn cắt một số nút nhiều hơn một lần nhưng kết thúc tại một nút khác so với nút ban đầu thì nó không phải là đường dẫn kín cũng không phải là đường dẫn hở.

+ *Vòng lặp:* là một đường dẫn kín.

+ *Hệ số truyền vòng:* là hệ số truyền trên các nhánh của một vòng lặp.

+ *Vòng độc lập (nontouching loop):* Các



Hình 2.15. *Sơ đồ dòng tín hiệu*

vòng được gọi là độc lập nếu chúng không có nút chung.

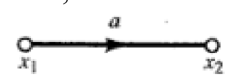
+ *Đường trực tiếp (đường thẳng):* là một đường đi từ một nút vào (nút nguồn) tới một nút ra (đáp ứng) mà không cắt bất cứ nút nào quá hai lần.

+ *Hệ số truyền của đường truyền thẳng:* là tích số của các hệ số truyền trên đường truyền thẳng.

c) Xây dựng sơ đồ dòng tín hiệu

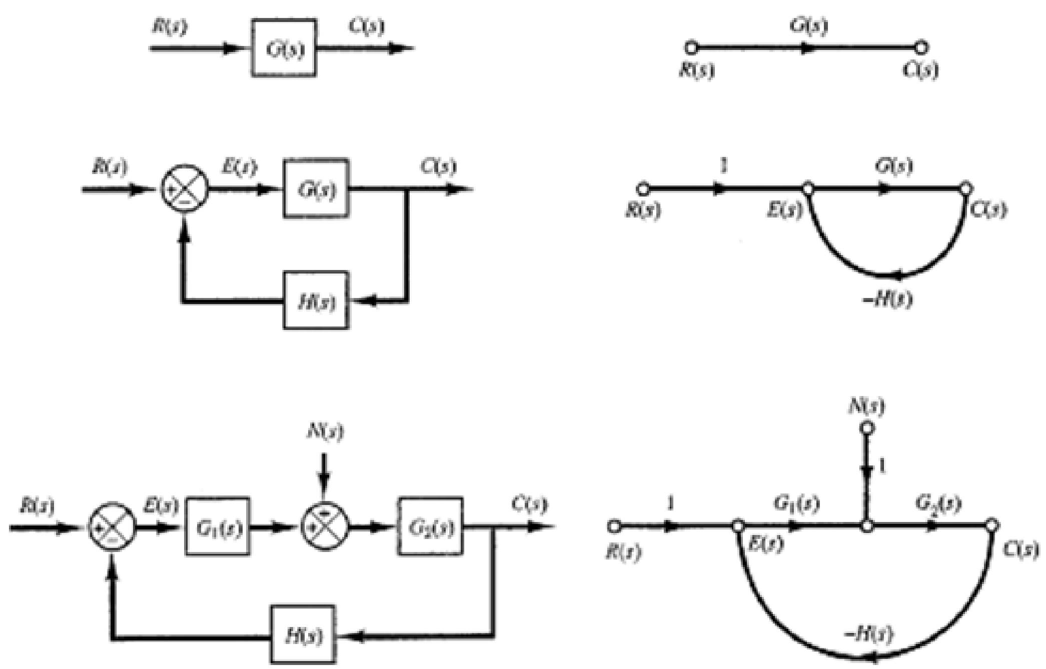
Một sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ tuyến tính có thể được vẽ bằng cách sử dụng các định nghĩa ở trên. Để làm được như vậy ta thường đưa các nút đầu vào (nút nguồn) đặt ở bên trái và nút ra (đáp ứng) đặt ở bên phải. Các biến độc lập và phụ thuộc của các phương trình tương ứng trở thành các nút vào (nguồn) và các nút ra (đáp ứng). Các hệ số truyền mỗi nhánh có thể có được từ các hệ số của các phương trình.

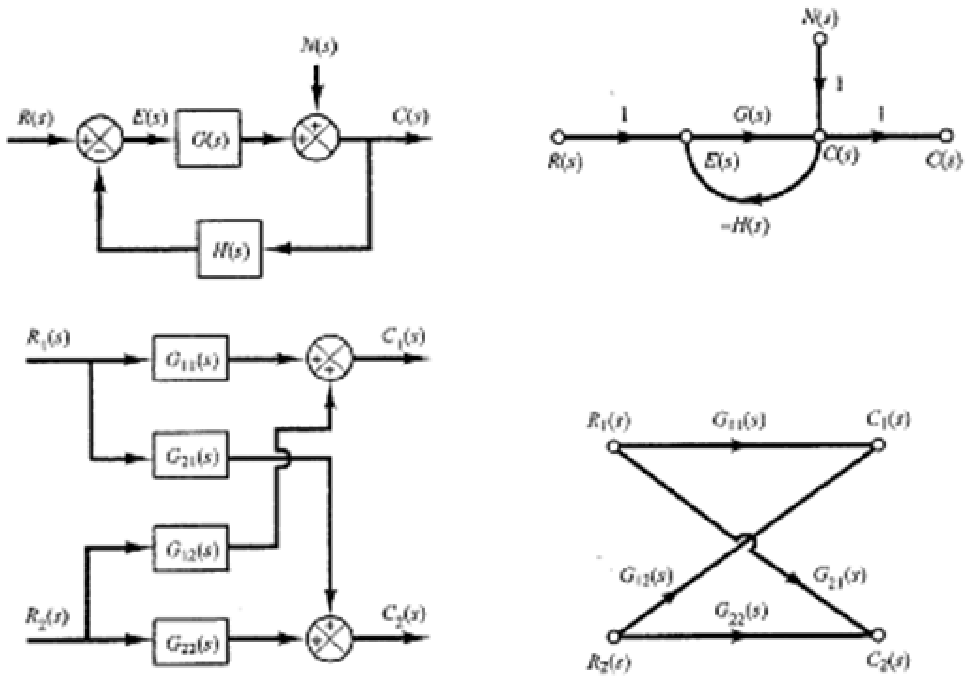
Giá trị của một nút với một nhánh vào, như trên hình 2.16 là $x_2 = ax_1$



***Hình 2.16**. Giá trị của một nút trên sơ đồ dòng tín hiệu*

Một sơ đồ dòng tín hiệu có thể thu được từ sơ đồ cấu trúc như hình 2.17.





Hình 2.17. *Sơ đồ cấu trúc và sơ đồ dòng tín hiệu tương ứng*

Một số sơ đồ dòng tín hiệu của các hệ thống điều khiển đơn giản như trên hình 2.17. Với các sơ đồ đơn giản như vậy, hàm truyền vòng kín $C(s)/R(s)$ (hay $C(s)/N(s)$) có thể dễ dàng có được bằng cách kiểm tra. Với các sơ đồ dòng phức tạp hơn, công thức Mason tỏ ra khá hữu dụng

2.7.2. Công thức Mason

Như đã đề cập ở trên, một sơ đồ dòng tín hiệu chứa đựng những thông tin như trên sơ đồ cấu trúc. Nếu sử dụng sơ đồ dòng tín hiệu để thể hiện một hệ thống điều khiển thì để có được các mối quan hệ giữa các biến hệ thống mà không cần tiến hành giảm sơ đồ, ta phải sử dụng một công thức gọi là công thức Mason.

Công thức Mason cho phép tính hệ số truyền (hàm truyền đạt) của hệ thống điều khiển tự đông có dạng tổng quát như sau:

$$P = \frac{1}{\Delta}\sum P_k \Delta_k$$

Với P_k: hệ số truyền của đường truyền thứ k.

Δ: Định thức của sơ đồ

Δ = 1 – (tổng tất cả các hệ số truyền vòng lặp đơn) + (tổng của tích hệ số truyền của kết hợp dương giữa hai vòng độc lập) – (tổng của các tích hệ số truyền của tất cả các kết hợp dương giữa ba vòng độc lập) + ….

$$\Delta = 1 - \sum_a L_a + \sum_{b,c} L_b L_c - \sum_{d,e,f} L_d L_e L_f + ...$$

$\sum_a L_a$: Tổng của tất cả các hệ số truyền vòng lặp đơn

$\sum_{b,c} L_b, L_c$: Tổng của tích các hệ số truyền của tất cả các kết hợp dương giữa hai vòng độc lập

$\sum_{d,e,f} L_d, L_e, L_f$: Tổng của tích các hệ số truyền của tất cả các kết hợp dương giữa ba vòng độc lập.

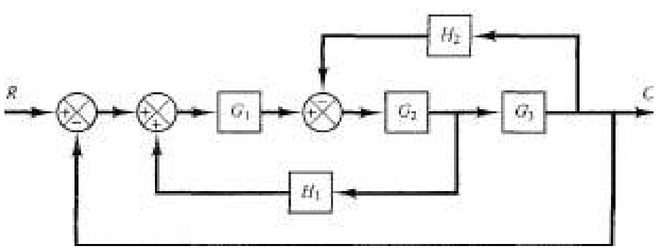
Δ_k: Phần phụ đại số của định thức đường truyền thẳng thứ k của sơ đồ với vòng lặp tiếp xúc với đường thẳng thứ k đã bị bỏ đi, nghĩa là hệ số Δ_k có được từ Δ bằng cách bỏ đi các vòng lặp tiếp xúc với đường dẫn P_k.

Lưu ý rằng việc tính tổng được tiến hành với tất cả các đường dẫn dương từ đầu vào đến đầu ra.

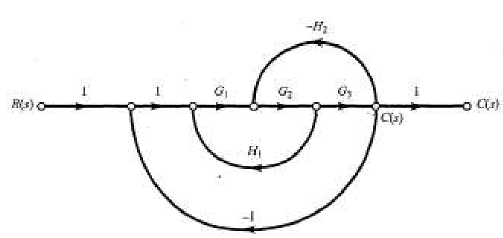
Hai vòng độc lập là hai vòng không tiếp xúc với nhau hay nói cách khác, giữa hai vòng không có điểm nút chung. Dưới đây ta sẽ minh họa việc sử dụng công thức Mason thông qua hai ví dụ.

Ví dụ 2.4. Xét hệ thống dưới hình 2.18, sơ đồ dòng tín hiệu cho hệ thống này như dưới hình 2.19. Ta đi tìm hàm truyền vòng kín $C(p)/R(p)$ bằng cách sử dụng công thức Mason.

Trong hệ thống này chỉ có một đường truyền thẳng giữa đầu vào $R(p)$ và đầu ra $C(p)$. Hệ số khuếch đại đường truyền thẳng là: $P_1 = G_1G_2G_3$.



Hình 2.18. *Hệ đa vòng lặp*



Hình 2.19. *Sơ đồ dòng tín hiệu cho hệ thống trên hình 2.18*

Từ hình 2.19, ta thấy rằng có ba vòng lặp đơn. Hệ số khuếch đại của các vòng này lần lượt là:

$L_1 = G_1G_2H_1$; $L_2 = -G_2G_3H_2$; $L_3 = -G_1G_2G_3$

Lưu ý rằng cả ba vòng lặp có một nhánh chung và không có vòng độc lập. Do vậy định thức Δ được xác định:

$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) = 1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3.$

Phần phụ đại số Δ_1 của định thức dọc theo đường truyền thẳng nối nút đầu vào với nút đầu ra có được từ Δ bằng cách bỏ đi các vòng lặp tiếp xúc với đường dẫn này. Do đường dẫn P_1 tiếp xúc với tất cả 3 vòng lặp nên ta có $\Delta_1 = 1$.

Do đó hệ số truyền giữa đầu vào R(p) và đầu ra C(p), hay hàm truyền đạt hệ thống là:

$$\frac{C(p)}{R(p)} = P = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3}$$

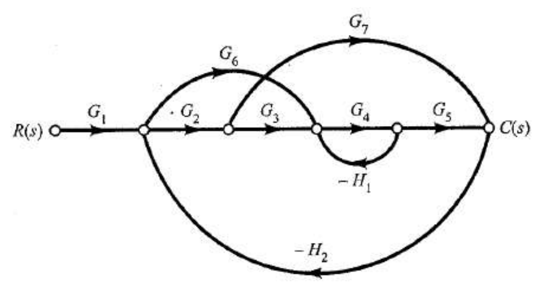
Công thức Mason cho hệ số truyền đạt $C(p)/R(p)$ mà không cần phải biến đổi sơ đồ cấu trúc của hệ thống.

Ví dụ 2.5. Xét hệ thống như dưới hình 2.20. Tìm hàm truyền vòng kín $C(p)/R(p)$ bằng cách sử dụng công thức Mason. Trong hệ thống này, có 3 đường truyền thẳng giữa đầu vào $R(p)$ và đầu ra $C(p)$, các hệ số khuếch đại đường truyền thẳng là:

$P_1 = G_1G_2G_3G_4G_5$;

$P_2 = G_1G_6\, G_4G_5$;

$P_3 = G_1G_2G_7$



Hình 2.20. *Sơ đồ dòng tín hiệu cho một hệ thống*

Có 4 vòng lặp đơn, với hệ số khuếch đại lần lượt là:

$L_1 = -G_4H_1$;

$L_2 = -G_2G_7H_2$;

$L_3 = -G_6G_4G_5H_2$;

$L_4 = -G_2G_3G_4G_5H_2$;

Vòng lặp L_1 không tiếp xúc với vòng lặp L_2 do đó định thức Δ sẽ là:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1L_2 \qquad (2.7)$$

Phần phụ đại số Δ_1 có được từ Δ bằng cahcs bỏ đi các vòng lặp tiếp xúc với đường dẫn 1. Do đó bằng cách bỏ đi L_1, L_2, L_3, L_4 và L_1L_2 từ phương trình (2.7) ta có $\Delta_1 = 1$.

Tương tự, phần bù đại số $\Delta_2 = 1$. Phần bù đại số Δ_3 bằng cách bỏ đi L_2, L_3, L_4 và L_1L_2 từ phương trình (2.7) ta có $\Delta_3 = 1 - L_1$

Hàm truyền vòng kín $C(p)/R(p)$ của hệ lúc đó là:

$$\frac{C(p)}{R(p)} = P = \frac{1}{\Delta}\left(P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2 + P_3\Delta_3\right)$$

$$= \left(\frac{G_5 + G_1G_6G_4G_5 + G_1G_2G_7\left(1 + G_4H_1\right)}{1 + G_4H_1 + G_2G_7H_2 + G_6G_4G_5H_2 + G_2G_3G_4G_5H_2 + G_4H_1G_2G_7H_2}\right)$$

Công thức Mason đặc biệt hữu ích trong việc tính toán hàm truyền đạt của các hệ thống có sơ đồ cấu trúc phức tạp và lớn chỉ trong một bước mà không yêu cầu các thao tác biến đổi sơ đồ cấu trúc.

Nên lưu ý rằng trong việc áp dụng công thức Mason cho một hệ thống định trước, ta phải cẩn thận tránh mắc lỗi trong việc tính toán các phần phụ đại số của các đường truyền thẳng Δ_k vì nếu có bất cứ sai số nào thì cũng rât khó xác định.

2.8. MÔ TẢ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG BẰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ MÔ HÌNH TRẠNG THÁI

Để mô tả quá trình động học xảy ra trong hệ thống điều khiển, người ta dùng phương trình vi phân tổng quát có dạng:

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0\frac{d^m u(t)}{dt^m} + \cdots + b_{m-1}\frac{du(t)}{dt} + b_m u(t)$$

Như trên ta đã biết để tìm mối liên hệ giữa lượng ra và lượng vào ta phải giải phương trình vi phân trên. Có thể giải trực tiếp với phương trình vi phân đơn giản hoặc chuyển sang giải phương trình đại số bằng chuyển đổi laplace sau đó biến đổi Laplace ngược. Ngoài ra từ phương trình vi phân bậc cao trên ta có thể đưa về hệ các phương trình vi phân bậc một hay hệ phương trình mô tả các trạng thái của hệ thông qua một loạt các biến trạng thái trung gian và từ đó ta đưa ra được mô hình trạng thái.

2.8.1. Thành lập hệ phương trình trạng thái và mô hình trạng thái từ phương trình vi phân

a) Vế phải của phương trình vi phân không chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống

Ta có dạng phương trình trình vi phân không chứa đạo hàm của tín hiệu đầu vào hệ thống:

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+a_n y(t)=b_m u(t)$$

Ta đặt:

$$\begin{aligned}
&x_1 = y\\
&x_2=\frac{dx_1}{dt}=\frac{dy}{dt}\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&x_n=\frac{dx_{n-1}}{dt^{n-1}}=\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}\\
&\frac{dx_n}{dt}=\frac{d^n y}{dt^n}
\end{aligned}$$

Như vậy phương trình vi phân trên có thể viết về dạng hệ các phương trình sau:

$$\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_2\\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_3\\ \dots\dots\dots\dots\\ a_0\dfrac{d^n y}{dt^n}=b_m u-a_1\dfrac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}-\cdots-a_n y\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_2\\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_3\\ \dots\dots\dots\dots\\ \dfrac{dx_n}{dt}=-a'_n x_1-\cdots a'_1 x_n+b'_m u\end{cases}$$

Hay:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=0x_1+1x_2+0x_3+\ldots+0x_n+0u\\ \dot{x}_2=0x_1+0x_2+1x_3+\ldots+0x_n+0u\\ \dots\dots\dots\dots\\ \dot{x}_n=-a'_n x_1-\cdots a'_1 x_n+b'_m u\end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái. Các biến $x_{1\ldots}x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận Vecto như sau:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ .\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & . & 0\\ 0 & 0 & 1 & .\\ . & . & . & .\\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ .\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ .\\ b'_m\end{bmatrix}u$$

Tín hiệu ra của hệ:

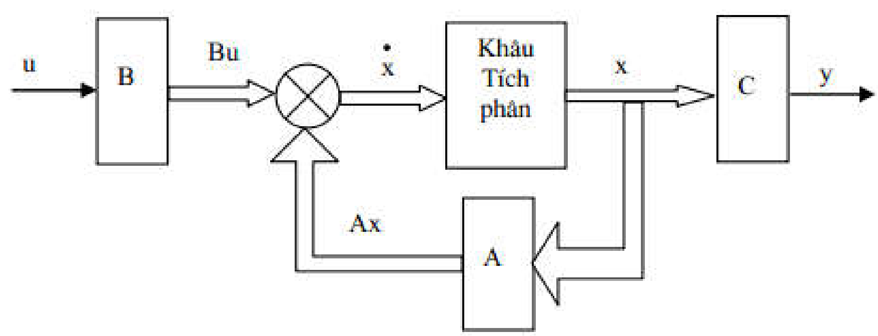
$$y = x_1 = [1 \quad 0 \quad ....0]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

Ta có thể viết gọn như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

$$\text{Với:} \quad \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . \\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ b'_m \end{bmatrix}; C = [1 \quad 0 \quad . \quad 0]$$

Từ hệ phương trình trạng thái rút gọn, ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như trên hình 2.21 sau:



***Hình 2.21**. Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống*

b) Vế phải của phương trình vi phân chứa đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống

Ta có dạng phương trình trình vi phân không chứa đạo hàm của tín hiệu đầu vào hệ thống:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \cdots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t)$$

Xét trường hợp tổng quát n = m. Ta đặt:

$$y = x_1 + B_0 u$$
$$\dot{x}_1 = x_2 + B_1 u$$
$$\dot{x}_2 = x_3 + B_2 u$$
$$\ldots$$
$$\dot{x}_{n-1} = x_n + B_{m-1} u$$

Khi đó:

$$\frac{dy}{dt} = \dot{x}_1 + B_0 \frac{du}{dt} = x_2 + B_1 u + B_0 \frac{du}{dt}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \dot{x}_2 + B_1 \frac{du}{dt} + B_0 \frac{d^2u}{dt^2} = x_3 + B_2 u + B_1 \frac{du}{dt} + B_0 \frac{d^2u}{dt^2}$$
$$\frac{d^3y}{dt^3} = \dot{x}_3 + B_2 \frac{du}{dt} + B_1 \frac{d^2u}{dt^2} + B_0 \frac{d^3u}{dt^3} = x_4 + B_3 u + B_2 \frac{du}{dt} + B_1 \frac{d^2u}{dt^2} + B_0 \frac{d^3u}{dt^3}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} = x_n + B_{n-1} u + B_{n-2} \frac{du}{dt} + \cdots + B_1 \frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}} + B_0 \frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}$$
$$\frac{d^ny}{dt^n} = \dot{x}_n + B_{n-1} \frac{du}{dt} + B_{n-2} \frac{d^2u}{dt^2} + \cdots + B_1 \frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}} + B_0 \frac{d^nu}{dt^n}$$

Thay vào phương trình trên ta được:

$$a_0 \left(\dot{x}_n + B_{n-1} \frac{du}{dt} + B_{n-2} \frac{d^2u}{dt^2} + \cdots + B_2 \frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}} + B_1 \frac{d^nu}{dt^n} \right) +$$
$$+ a_1 \left(X_n + B_{n-1} u + B_{n-2} \frac{du}{dt} + \cdots + B_2 \frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}} + B_1 \frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}} \right) + \ldots +$$
$$+ a_{n-1} \left(x_2 + B_1 u \right) + a_n \, x_1 = b_0 \frac{d^mu}{dt^m} + \cdots + b_{m-1} \frac{du}{dt} + b_m u$$

Chọn các hệ số $B_1 \ldots\ldots B_n$ theo các hệ số $a_0 \ldots . a_n$, $b_0 \ldots b_n$ sao cho đạo hàm của tín hiệu vào hệ thống triệt tiêu. Khi đó ta có:

$$\dot{x}_n = -\frac{a_1}{a_0} x_n - \cdots - \frac{a_{n-1}}{a_0} x_2 - \frac{a_n}{a_0} x_1 + \frac{1}{a_0}(-a_1 B_{n-1} - a_2 B_{n-2} - \cdots - a_{n-1} B_1 - a_n B_0 + b_m) u$$
$$\dot{x}_n = -a'_1 x_n - \cdots - a'_{n-1} x_2 - a'_n x_1 + B'_m u$$

Với:

$$a'_1 = \frac{a_1}{a_0}; a'_2 = \frac{a_2}{a_0}; \cdots; a'_n = \frac{a_n}{a_0}; B'_m = \frac{1}{a_0}(-a_1B_{n-1} - a_2B_{n-2} - \cdots - a_{n-1}B_1 - a_nB_0 + b_m)$$

Như vậy đạo hàm của các biến trạng thái có thể viết lại:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + B_1u \\ \dot{x}_2 = x_3 + B_2u \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + B_{n-1}u \\ \dot{x}_n = -a'_nx_1 - \cdots - a'_2x_{n-1} - a'_1x_n + B'_mu \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được gọi là hệ phương trình trạng thái. Các biến $x_{1\ldots}x_n$ được gọi là các biến trạng thái.

Hệ phương trình trạng thái có thể viết dưới dạng ma trận Vector như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . \\ -a'_n & -a'_{n-1} & . & -a'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ . \\ B'_m \end{bmatrix} u$$

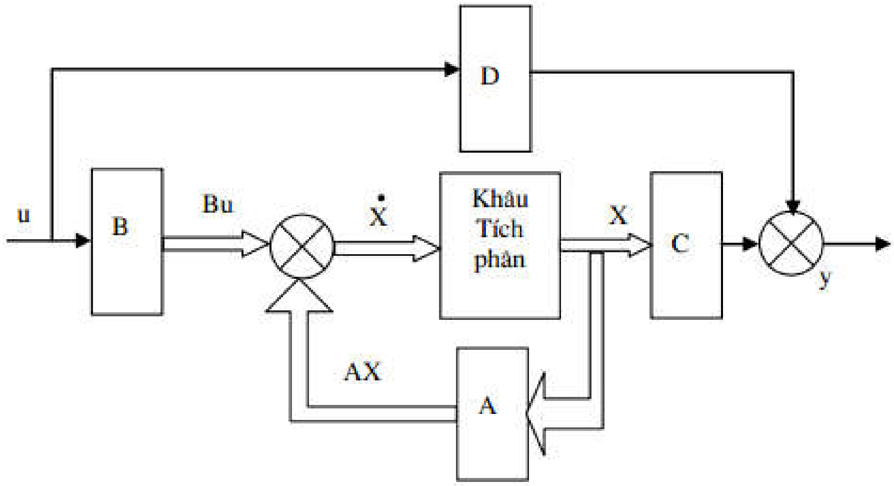
Tín hiệu ra của hệ:

$$y = x_1 = [1 \quad 0 \quad ....0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + B_0u$$

Ta có thể viết gọn như sau:

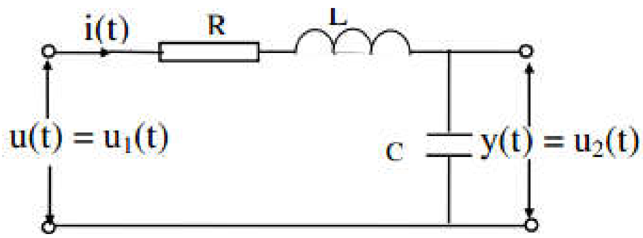
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} + Du \end{cases}$$

Từ hệ phương trình trạng thái rút gọn, ta xây dựng được sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống như trên hình 2.22 sau:



__Hình 2.22__. Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống

Ví dụ 2.6: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái cho mạch điện như hình 2.23sau:



Hình 2.23. Mạch điện RLC

Ta có:

$$\begin{cases} u = u_1 = R.i + L\dfrac{di}{dt} + u_2 \\ y = u_2 = \dfrac{1}{C}\int idt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L\dfrac{di}{dt} = u_1 - R.i - u_2 \\ \dfrac{du_2}{dt} = \dfrac{1}{C}.i \end{cases}$$

Hay: $$\begin{cases} \dfrac{du_2}{dt} = \dfrac{1}{C}.i \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}u_1 - \dfrac{R}{L}i - \dfrac{1}{L}u_2 \end{cases}$$

Đặt $u_2 = x_1$ là biến trạng thái thứ nhất, $i = x_2$ là biến trạng thái thứ hai.

Khi đó: $$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{1}{C}x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L}u_1 - \dfrac{L}{R}x_2 - \dfrac{1}{L}x_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0.x_1 + \dfrac{1}{C}.x_2 + 0.u_1 \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{L}x_1 - \dfrac{L}{R}x_2 + \dfrac{1}{L}u_1 \end{cases}$$

Hệ trên có thể viết dưới dạng ma trận Vector như sau:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{C}\\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{L}\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

Hay: $\begin{cases}\dot{\underline{x}}=A\underline{x}+Bu\\ y=C\underline{x}\end{cases}$

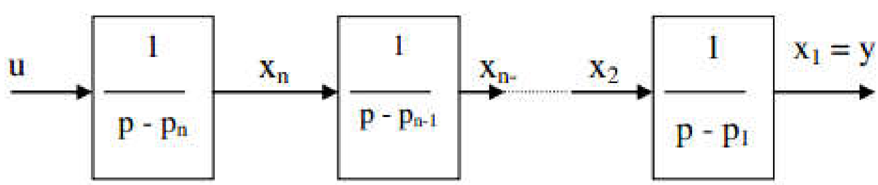
2.8.2. Thành lập hệ phương trình trạng thái và mô hình trạng thái từ hàm truyền đạt

a) Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{1}{a_0p^n+\ldots+a_n}=\frac{1}{(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_n)}$$

Đặt x_1, …, x_n là các biến trạng thái.

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình 2.24:



Hình 2.24. *Sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái*

Từ sơ đồ cấu trúc ta có:

$$\begin{aligned}&x_1=y\\ &x_2=\dot{x}_1-x_1p_1\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &x_n=\dot{x}_{n-1}-x_{n-1}p_{n-1}\\ &u=\dot{x}_n-x_np_n\end{aligned}\qquad \text{Hay}\qquad \begin{aligned}&\dot{x}_1=x_2+x_1p_1\\ &\dot{x}_2=X_3+x_2p_2\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &\dot{x}_n=x_np_n\end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases}\dot{\underline{x}}=A\underline{x}+Bu\\ y=C\underline{x}\end{cases}$$

Với:

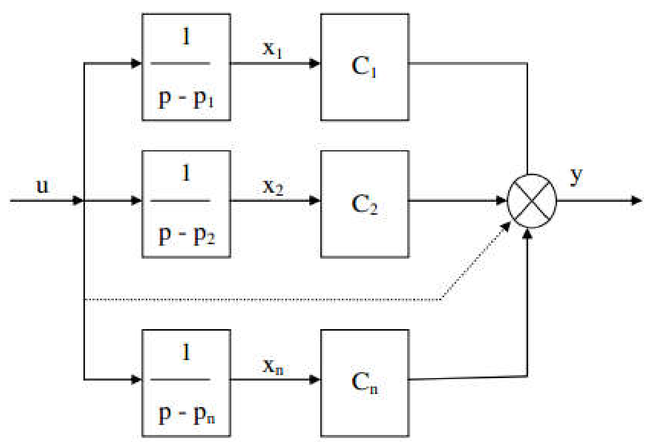
$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} p_1 & 1 & . & 0 \\ 0 & p_2 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_n \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & . & 0 \end{bmatrix}$$

b) Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{a_0 p^n + ... + a_n} = \frac{C_1}{P - P_1} + \frac{C_2}{P - P_2} + ... + \frac{C_n}{P - P_n}$$

Đặt $x_1, \ldots, x_n$ là các biến trạng thái.

Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình 2.25:



Hình 2.25. *Sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái*

Từ sơ đồ cấu trúc ta có:

$$\begin{aligned} & u = \dot{x}_1 - x_1 p_1 \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & u = \dot{x}_n - x_n p_n \\ & y = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \ldots + C_n x_n \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & \dot{x}_1 = x_1 p_1 + u \\ & \dot{x}_2 = x_2 p_2 + u \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \dot{x}_n = x_n p_n + u \\ & y = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \ldots + C_n x_n \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \underline{\dot{x}} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} \end{cases}$$

Với:

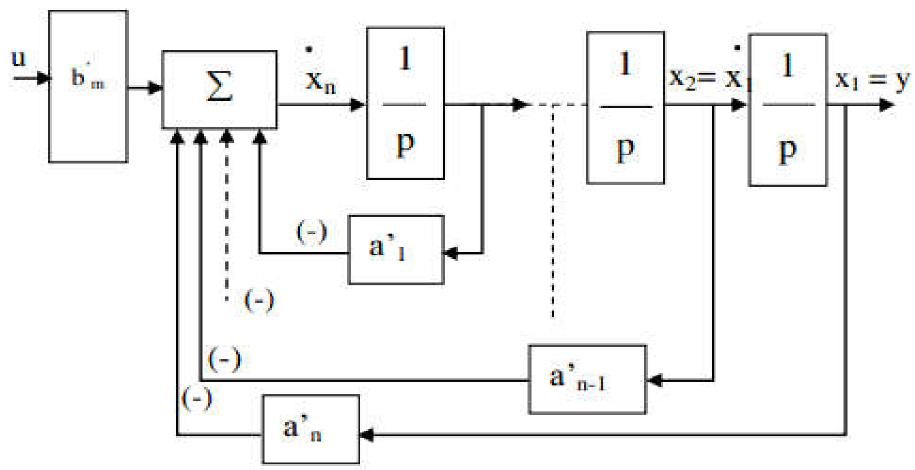
$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} p_1 & 1 & . & 0 \\ 0 & p_2 & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_n \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ . \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & . & C_n \end{bmatrix}$$

c) Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n} = \frac{b'_m}{p^n + a'_1 p^{n-1} + ... + a'_n}$$

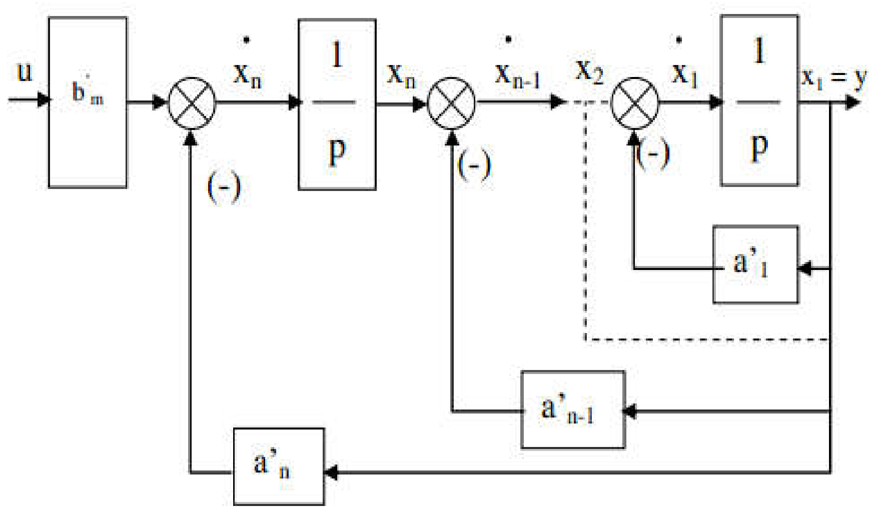
Đặt $x_1, \ldots, x_n$ là các biến trạng thái. Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như sau:

Cách 1:



Hình 2.26. *Sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái*

Cách 2:



Hình 2.27. *Sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái*

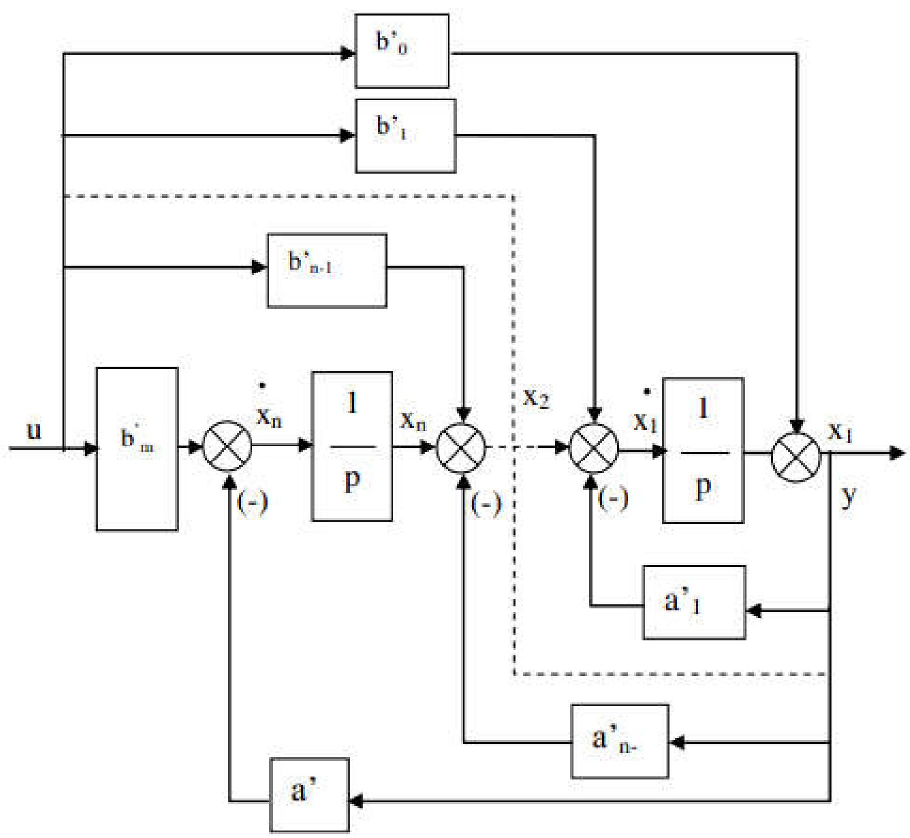
Tương tự cách làm ở trên, từ sơ đồ cấu trúc ta sẽ thu được hệ phương trình trạng thái.

d) Khi hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + ... + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n} = \frac{b'_0p^m + b'_1p^{m-1} + ... + b'_m}{p^n + a'_1p^{n-1} + ... + a'_n}$$

Xét trường hợp tổng quát n = m.

Đặt $x_1, \ldots, x_n$ là các biến trạng thái. Ta có sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái như hình 2.28:



Hình 2.28. *Sơ đồ cấu trúc biểu diễn các biến trạng thái*

Chú ý: Trong trường hợp m < n thì nếu bậc của tử khuyết hệ số b_i' nào thì trong mạch vòng trạng thái ta cho hệ số đó bằng 0 (Bỏ mạch vòng trạng thái đó).

Tương tự cách làm ở trên, từ sơ đồ cấu trúc ta sẽ thu được hệ phương trình trạng thái.

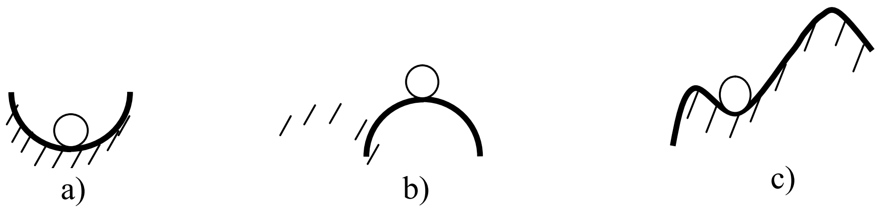
CHƯƠNG 3
TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

3.1. KHÁI NIỆM VÀ CÁC THÔNG SỐ ẢNH HƯỞNG

3.1.1. Khái niệm

Ổn định là tính chất của hệ tự trở về trạng thái ban đầu khi kết thúc tác động của nhiễu loạn hay khả năng của hệ chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác.

Ví dụ ta xét vị trí của quả cầu trong các trường hợp sau:



Hình 3.1. *Tính ổn định*

a) Hệ ổn đinh; b) Hệ không ổn định; c) Hệ ở biên giới ổn định

3.1.2. Thông số ảnh hưởng

Như ta đã biết 1 hệ điều khiển thực chất làm nhiệm vụ biến đổi qui luật lượng vào thành qui luật lượng ra theo yêu cầu. Về mặt toán học quá trình biến đổi đó được mô tả bằng phương trình vi phân tổng quát sau:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n} + \cdots + a_{n-1}\frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0\frac{d^m u}{dt^m} + \cdots + b_{m-1}\frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Trong đó: a_i, b_j là các hệ số.

Để tìm nghiệm y(t) = f[u(t)] ta phải giải phương trình vi phân trên. Nhận thấy rằng đây là phương trình vi phân không thuần nhất, nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$y(t) = \overline{y}(t) + y^*(t)$$

Với:

$y^*(t)$: Là nghiệm riêng của phương trình vi phân trên ứng với một kích u(t) nào đó. Nó đặc trưng cho quá trình xác lập, là trị số của đại lượng cần điều khiển và luôn ổn định.

$\overline{y}(t)$: Là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất nó đặc trưng cho quá trình quá độ. Như vậy tính ổn định của hệ chỉ còn phụ thuộc vào thành phần tự do $\overline{y}(t)$. Và dạng tổng quát của nó là:

$$\overline{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$$

C_i: Là hệ số được xác định bởi các điều kiện ban đầu và cấu trúc, tham số của hệ

p_i: Là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính:

$$a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_{n-1}p + a_n = 0$$

Hay: $y(t) = y^*(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i.e^{p_i t}$

Như vậy ta có thể nhân xét tính ổn định của hệ như sau:

- Nếu: $\lim_{t\to\infty}\sum_{i=1}^{n} c_i.e^{p_i t} = 0$ thì $y(t) = y^*(t)$ → hệ ổn định.

- Nếu: $\lim_{t\to\infty}\sum_{i=1}^{n} c_i.e^{p_i t} = \infty$ thì $y(t) \to \infty$ hệ không ổn định

- Nếu: $\lim_{t\to\infty}\sum_{i=1}^{n} c_i.e^{p_i t} = c = const$ thì $y(t) = y^*(t) + c \neq y^*(t)$ → hệ ở biên giới ổn định.

Như vậy tính ổn định của hệ phụ thuộc vào thành phần tự do: $\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}$

Hay chính là phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc tính. Mà nghiệm của phương trình đại số trên có hai dạng cơ bản là nghiệm thực và nghiệm phức.

♦ *Khi p_i là nghiệm thực:*

- Nếu $p_i < 0$ (đặt $p_i = -\alpha_i$)

$$\to \bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i.e^{-\alpha_i t} \to \lim_{t\to\infty}\bar{y}(t) = 0 \to \text{Hệ ổn định}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p^*_i = 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* + \sum_{i=1}^{n-1} c_i.e^{-\alpha_i t} \to \lim_{t\to\infty}\bar{y}(t) = c_i^* \to \text{hệ ở biên giới ổn định.}$$

- Nếu có 1 nghiệm $p^*_i > 0$, còn (n-1) nghiệm khác < 0 (đặt $p_i = -\alpha_i$, $p^*_i = \alpha^*_i$) khi đó:

$$\bar{y}(t) = c_i^* e^{\alpha_i^*} + \sum_{i=1}^{n-1} c_i.e^{-\alpha_i t} \to \lim_{t\to\infty}\bar{y}(t) = \infty \to \text{hệ không ổn định.}$$

♦ *Khi p_i là nghiệm phức:* $p_{i,\,i+1} = \alpha_i \pm j\,\beta_i$

Ta có:

$$c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = (a + jb)e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + (a - jb)e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$

$$= 2A_i e^{\alpha_i t}.\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Với:

$$A_i = \sqrt{a^2 + b^2}\ ;\ \varphi_i = arctg\frac{b}{a}$$

Như vậy: $\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 2A_i e^{\alpha_i t}\cos(\beta_i t + \varphi_i)$

Qua biểu thức trên ta thấy rằng ở chế độ xác lập $\bar{y}(t) = 0, \infty, c_i^*$ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực α_i của nghiệm phức.

. - Nếu $\alpha_i < 0$ → $\lim_{t\to\infty}\bar{y}(t) = 0 \to$ hệ ổn định

. - Nếu $\alpha^*_i = 0$ còn (n/2 – 1) cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = c_i^* \rightarrow$ hệ ở biên giới ổn định.

- Nếu $\alpha^*_i > 0$ còn (n/2 – 1) cặp $\alpha_i < 0 \rightarrow \lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = \infty$ → hệ không ổn định.

3.1.3. Kết luận

Như vậy tính ổn định của hệ chỉ phụ thuộc vào dấu phần thực nghiệm của phương trình đặc tính.

- Nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính hệ thống đều có phần thực âm → hệ thống ổn định.
- Chỉ cần có nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực = 0 còn các nghiệm khác có phần thực âm → hệ ở biên giới ổn định.
- Chỉ cần 1 nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương → hệ thống không ổn định.

Theo kết luận ở trên ta thấy rằng để xét ổn định cho hệ ta phải đi tìm nghiệm của phương trình đặc tính. Với các phương trình bậc cao việc giải phương trình gặp nhiều khó khăn, vì vậy để khắc phục nhược điểm trên người ta đưa ra các tiêu chuẩn để xét ổn định đó là:

- Tiêu chuẩn ổn định đại số.
- Tiêu chuẩn ổn định tần số.

3.2. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

3.2.1. Điều kiện cần để hệ ĐKTĐ ổn định

Điều kiện cần để hệ ĐKTĐ ổn định là tất cả các hệ số a_i của phương trình đặc tính:

$$A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_{n-1}p + a_n = 0$$

phải dương (hay cùng dấu).

Nếu có bất kỳ hệ số nào bằng 0 và có ít nhất 1 hệ số dương thì sẽ có 1 hoặc một vài nghiệm ảo và có phần thực dương. Do đó trong những trường hợp như vậy hệ thống sẽ không ổn định. Nếu ta chỉ quan tâm đến tính ổn định tuyệt đối thì không cần thực hiện các bước tiếp theo nữa.

Khi hệ ĐKTĐ thỏa mãn điều kiện cần để hệ ổn định, ta xét đến điều kiện đủ bằng cách sử dụng một trong hai tiêu chuẩn ổn định đại số Raox hoặc Hurwitz.

3.2.2. Tiêu chuẩn ổn định RAOX

Tiêu chuẩn ổn định Routh cho ta biết trong phương trình đa thức có hay không có các nghiệm không ổn định mà không cần phải giải phương trình đó. Khi áp dụng tiêu chuẩn này cho hệ điều khiển thì có thể biết được thông tin về tính ổn định tuyệt đối một cách trực tiếp từ các hệ số của phương trình đặc trưng.

a)Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ ĐKTĐ tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột đầu tiên của bảng RAOX phải dương.

b) Cách lập bảng RAOX

Bảng RAOX được thành lập dựa vào các hệ số a_i của phương trình đặc tính:

$$A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_{n-1}p + a_n = 0$$

và được thành lập qua các bước sau:

Bước 1: Hai hàng đầu tiên trong bảng RAOX được sắp xếp bởi các hệ số a_i theo qui luật sau:

$$\begin{array}{lllll} a_0 & & a_2 & & a_4 \dots a_n \\ \downarrow & \nearrow & \downarrow & \nearrow & \downarrow \nearrow \\ a_1 & & a_3 & & a_5 \end{array}$$

Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

Khi xuất hiện cột $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ thì từ cột này trở đi không thuộc bảng Raox.

Bước 2: Các số hạng còn lại trong bảng Raox được tính theo qui luật sau: Mỗi số hạng trong một hàng của bảng Raox là một thương số có:

- Tử số là định thức bậc hai mang dấu âm với cột thứ nhất là cột đầu tiên của 2 hàng trên số hạng đang tính, cột thứ 2 là cột sát bên phải của 2 hàng trên số hạng đang tính.
- Mẫu số: tất cả các số hạng trong cùng một hàng đều có trung mẫu số là số hạng đầu tiên của hàng trên số hạng đang tính.

Dạng tổng quát của bảng Raox:

$$\begin{array}{lllllll} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & . & . \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . & . & \\ b_0 & b_2 & b_4 & . & . & & \\ b_1 & b_3 & . & . & & & \\ c_0 & c_2 & . & & & & \\ c_1 & . & & & & & \end{array}$$

$$b_0 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1};\ b_2 = \frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1};\ b_1 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0};\ b_3 = \frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & b_4 \end{vmatrix}}{b_0};\ c_0 = \frac{-\begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1};\ \dots\dots\dots$$

Mảng đầy đủ các hệ số có dạng là một tam giác vuông.

c) Các tính chất của bảng Raox

- Có thể nhân hoặc chia tất cả các số hạng trong cùng 1 hàng của bảng Raox với 1 số dương thì kết quả của bảng Raox không thay đổi.
- Số lần đổi dấu của các số hạng trong cột 1 của bảng Raox bằng số nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.
- Trong cột thứ nhất của bảng Raox có 1 số hạng bằng 0 thì hệ không ổn định.
- Có thể dùng tiêu chuẩn Raox để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình các số hạng cột thứ nhất >0.

Chú ý:

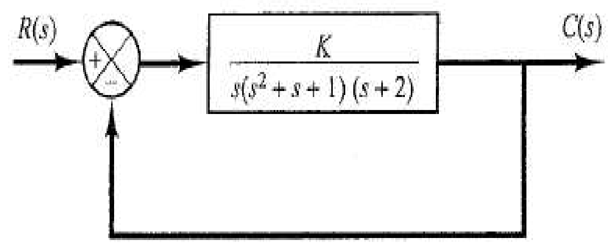
- Tiêu chuẩn này áp dụng xét ổn định cho cả hệ hở và hệ kín với phương trình đặc tính bậc bất kỳ.
- Nếu trong hệ có khâu trậm sau với hàm truyền $e^{-p\tau}$ thì khi đó phương trình đặc tính A(p) không phải là phương trình đại số tuyến tính. Muốn áp dụng tiêu chuẩn Raox ta phải khai triển $e^{-p\tau}$ theo chuỗi Taylo và lấy biểu thức gần đúng.

$$e^{-p\tau} = \frac{(-p\tau)^0}{0!} + \frac{(-p\tau)^1}{1!} + \frac{(-p\tau)^2}{2!} + ... \approx 1 - p\tau$$

Sự hữu dụng của Tiêu chuẩn ổn định Routh bị giới hạn trong việc phân tích các hệ thống điều khiển tuyến tính vì nó không đưa ra gợi ý làm thế nào để cải thiện tính ổn định tương đối hay làm thế nào ổn định một hệ không ổn định .Tuy nhiên có thể xác định ảnh hưởng của sự thay đổi một hay hai thông số của hệ thống bằng cách kiểm tra các giá trị gây mất ổn định .Dưới đây ta sẽ xét bài toán xác định phạm vi ổn định của giá trị tham số.

Ví dụ 3.1. Xét hệ như trên hình 3.2 .Ta đi tìm phạm vi của K làm cho hệ ổn định. Hàm truyền vòng kín có dạng:

$$\frac{C(p)}{R(p)} = \frac{K}{p(p^2+p+1)(p+2)+K}$$



Hình 3.2 *Hệ thống điều khiển*

Phương trình đặc tính của hệ:

$$p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 2p + K = 0$$

Mảng các hệ số trở thành:

$$\begin{array}{llll}
p^4 & 1 & 3 & K \\
p^3 & 3 & 2 & 0 \\
p^2 & \frac{7}{3} & K & \\
p^1 & 2 - \frac{9}{7}K & & \\
p^0 & K & &
\end{array}$$

Để hệ ổn định => *K* phải dương và tất cả các hệ số trong cột 1 phải dương. Do đó ta có:

$$14/9 > K > 0$$

Khi $K = 14/9$, hệ trở nên dao động và về mặt toán học sự dao động này được duy trì ở một biên độ không đổi.

Lưu ý rằng phạm vi của các tham số thiết kế để làm cho hệ ổn định có thể xác định được thông qua tiêu chuẩn ổn định Routh.

3.2.4. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz

a) Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là các hệ số a_i của phương trình đặc tính dương và các giá trị định thức Hurwitz dương.

b) Cách lập định thức Hurwitz

Định thức hurwitz được thành lập từ các hệ số a_i của phương trình đặc tính A(p) và được thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Định thức cao nhất Δ_n gồm n hàng n cột được thành lập như sau:

- Trên đường chéo chính được sắp xếp bởi các hệ số từ $a_1 \rightarrow a_n$ với chỉ số tăng dần từ trên xuống.

- Bổ sung các số hạng trong cột bởi các hệ số a_i với chỉ số giảm dần theo chiều từ trên xuống dưới. Hệ số nào không có ghi giá trị bằng 0

Bước 2: Tính các định thức Hurwitz còn lại. Xuất phát từ định thức cao nhất ta bỏ dần từng hàng và cột cụ thể như sau:

- Định thức Δ_{n-1} : Từ định thức Δ_n ta bỏ đi hàng thứ n, cột thứ n.
- Định thức Δ_{n-2} : Từ định thức Δ_{n-1} ta bỏ đi hàng thứ n -1, cột thứ n -1
- ……

$$\Delta n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & . & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & . & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & . & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & . & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix}$$

Chú ý:

- Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và hệ kín.
- Có thể dùng tiêu chuẩn Hurwitz để xác định trị số tới hạn của một thông số nào đó làm hệ ổn định bằng cách giải hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} a_i > 0 \\ \Delta_i > 0 \end{cases}$$

- Nếu trong hệ có khâu chậm sau muốn áp dụng tiêu chuẩn này ta cũng phải khai triển Taylo.

3.3. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

3.3 Tiêu chuẩn ổn định tần số

3.3.1 Tiêu chuẩn ổn định Naiquyt

Tiêu chuẩn này áp dụng để xét ổn định cho hệ thống kín với phản hồi (-1) dựa vào đặc điểm của đặc tính tần số hệ thống hở.

3.3.1.1Sử dụng dặc tính tần số biên pha: $W_H(j\omega)$

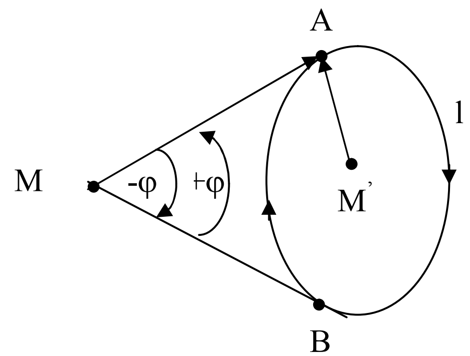
Phát biểu: Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là:

- Khi hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ không được bao điểm (-1, j0) khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$.
- Khi hệ hở không ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ phải bao điểm (-1,j0) m/2 vòng khi ω biến đổi từ $0 \rightarrow \infty$. Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương.

Nguyên lý bao:

- Cho đường cong kín l và 1 điểm M nằn ngoài đường cong từ M kẻ vector MA tiếp xúc với đường cong l cho vector MA trượt trên đường cong từ A $\rightarrow$B theo chiều mũi tên vector này quay đi được góc -φ như hình vẽ.

- Tiếp tục cho MB trượt trên l từ B $\rightarrow$A theo chiều mũi tên vector này quay đi 1 góc +φ. Như vậy khi vector này trượt trên toàn đường cong l, tổng góc quay mà nó đạt được là:$\Delta\varphi = -\varphi + \varphi = 0$



- Cho điểm M' nằm trong đường cong kín l. Từ M' kẻ vector M'A và cho nó trượt trên toàn đường cong kín l. Tổng góc quay mà nó đạt được là: $\Delta\varphi = 2\pi$

Như vậy khi điểm M' được bao 1 vòng thì vector M'A quay đi góc 2π. Nếu M' được bao k vòng thì vector M'A quay đi góc 2kπ.

Kết luận: Muốn tìm số vòng bao của đường cong $W_H(j\omega)$ với điểm (-1,j0) thì từ điểm (1,j0) kẻ vector tới đầu đường cong (ứng với ω = 0) và cho trượt trên toàn đường cong nếu tổng góc quay = 0 thì kết luận là không bao. Nếu tổng góc quay là 2kπ thì kết luận là bao k vòng.

Nguyên lý điểm chuyển đổi:

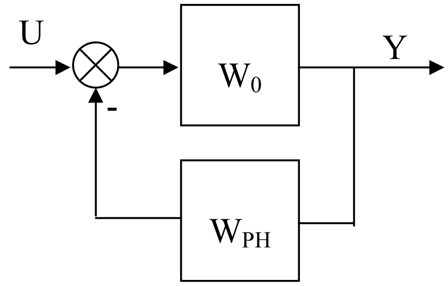
- Điểm chuyển đổi: Là các điểm mà đường cong $W_H(j\omega)$ cắt trục hoành trong khoảng từ $(-\infty \rightarrow -1)$.

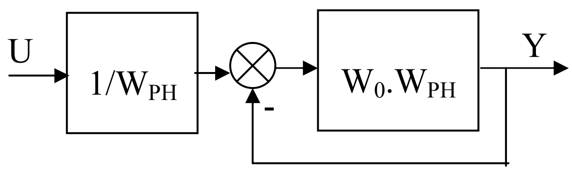
- Nguyên lý điểm chuyển đổi: Đi theo chiều tăng của ω (từ $0\rightarrow\infty$) nếu tại các điểm chuyển đổi đặc tính $W_H(j\omega)$ chuyển từ góc thứ 3 sang góc thứ 2 ta có điểm chuyển đổi dương (ký hiệu là c^+), còn chuyển từ góc thứ 2 sang góc thứ 3 ta có điểm chuyển đổi âm (ký hiệu c^-). Khi đó số vòng bao được tính:

$$k = \left| c^+ - c^- \right|$$

Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.





Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

- Xét ổn định cho hệ hở. Nếu hệ hở không ổn định ta phải tìm xem phương trình đặc tính có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (tìm m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raox hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Vẽ đặc tính $W_H(j\omega)$ xác định số vòng bao của nó với (-1,j0) theo nguyên lý bao hoặc nguyên lý điểm chuyển đổi. Dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

3.3.1.2 Sử dụng đặc tính tần số Logarit: $L_H(\omega)$và $\varphi_H(\omega)$

Phát biểu:

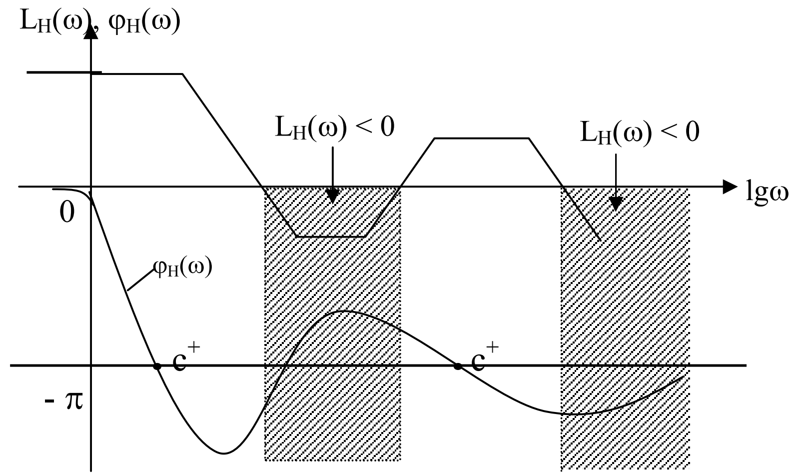
Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là: hiệu số giữa điểm chuyển đổi dương và điểm chuyển đổi âm trên đặc tính tần số loga hệ hở phải bằng m/2 khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow +\infty$ (Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương).

Điểm chuyển đổi:

Theo chiều tăng của ω từ $0 \rightarrow +\infty$ nếu đường đặc tính $\varphi_H(\omega)$ cắt đường (- π) trong khoảng $L_H(\omega) > 0$ thì điểm đó gọi là điểm chuyển đổi.

Nếu tại điểm chuyển đổi $\varphi_H(\omega)$ chuyển từ trên đường (- π) xuống dưới đường (- π) thì ta có điểm chuyển đổi dương c^+, chuyển từ dưới đường (- π) lên trên đường (- π) thì ta có điểm chuyển đổi âm c^-

Điều kiện để hệ kín ổn định là: $\left|c^+ + c^-\right| = \frac{m}{2}$



Theo hình trên ta có $c^+ = 2$, $c^- = 0 \rightarrow c^+ - c^- = 2$

Nếu phương trình đặc tính hệ hở có 4 nghiệm có phần thực dương (m=4) thì hệ kín ổn định.

Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.

Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

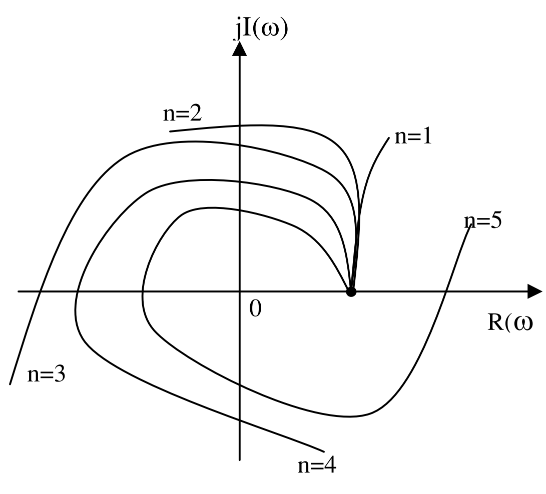
- Tìm xem phương trình đặc tính hệ hở có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (tìm m). Có thể dùng tiêu chuẩn Raox hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Vẽ đặc tính $L_H(\omega)$ và $\varphi_H(\omega)$. Xác định điểm chuyển đổi, dựa vào 2 bước này kết luận tính ổn định cho hệ kín.

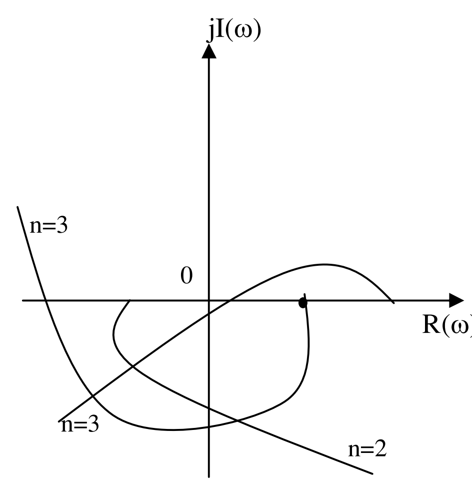
3.3.2 Tiêu chuẩn ổn định Mikhailop

3.3.2.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là véc tơ đa thức đặc tính $A(j\omega)$ phải xuất phát từ 1 điểm trên trục thực có giá trị dương quay lần lượt n góc phần tư ngược chiều kim đồng hồ khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$. Với n là số bậc của phương trình đặc tính hệ thống.



Hệ ổn định



Hệ không ổn định

3.3.2.2 Cách vẽ A(jω)

Để vẽ vector A(jω) ta xuất phát từ phương trình đặc tính hệ thống, thay p = jω sau đó tách thành phần thực và phần ảo: A(jω) = R(ω) + j I(ω). Cho ω biến thiên từ 0 → ∞ lập bảng biến thiên từ đó vẽ A(jω).

3.3.2.3 Chú ý

Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và kín với phương trình đặc tính có bậc bất kỳ. Trong trường hợp không cần vẽ A(jω) mà vẫn có thể áp dụng tiêu chuẩn này bằng cách:

Giải 2 phương trình R(ω) = 0 và I(ω) = 0 được các nghiệm ω_{Ri} và ω_{Ii} và đặt các nghiệm này nên trục tần số, nếu:

- Các tần số làm R (ω) = 0 hoặc I (ω) = 0 lần lượt xen kẽ nhau
- Khi ω = 0 thì R (ω) >0.
- Số nghiệm số = số bậc của phương trình

Thì kết luận hệ ổn định. Nếu không kết luận hệ không ổn định.

3.4. PHÂN VÙNG ỔN ĐỊNH

3.4.1. Khái niệm

Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + 1 = 0$$

Theo phần trước ta đã biết tính ổn định của hệ điều khiển chỉ phụ thuộc vào nghiệm p_i của phương trình đặc tính. Mà các nghiệm p_i lại phụ thuộc vào các hệ số a_i của phương trình A(p).

Mặt khác hệ số a_i của phương trình đặc tính được cấu tạo nên bởi các thông số của các phần tử trong hệ thống.

Vì vậy khi 1 hoặc vài thông số nào đó trong hệ thay đổi dẫn đến các hệ số a_i thay đổi → các nghiệm p_i của phương trình A(p) thay đổi → tính ổn định của hệ cũng thay đổi theo.

Giả sử hệ đang làm việc ổn định thì sẽ có 1 tập hợp các thông số làm cho tập hợp nghiệm đều có phần thực âm. Nếu thông số biến đổi làm hệ mất ổn định nghĩa là trong tập hợp nghiệm xuất hiện 1 nghiệm có phần thực dương. Như vậy thông số biến đổi làm hệ chuyển từ ổn định sang không ổn định. Ngược lại cũng có thể khi thông số biến đổi làm cho hệ chuyển từ không ổn định sang ổn định.

Do quá trình thông số biến đổi là liên tục vì vậy 1 nghiệm đang có phần thực âm mà chuyển sang phần thực dương thì quĩ đạo di chuyển của nó cũng phải liên tục → phải đi qua điểm có phần thực = 0 (cắt trục ảo) tại đây hệ ở biên giới ổn định. Tại điểm cắt trục ảo nghiệm của ta p_i = jω khi ω = - ∞ → + ∞ ta được vô số các nghiệm có phần thực =0 hay nói cách khác biên giới ổn định là 1 mặt ngăn cách giữa 2 vùng ổn định và không ổn định.

Khi đó phương trình biên giới có dạng: (p_i = jω)

$$A(p) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1}(j\omega) + a_n = 0$$

Nếu hệ có 2 thông số biến đổi thì phương trình trên sẽ là phương trình biểu diễn mặt phẳng đềcac. Còn có 3 thông số biến đổi trở lên thì đó là phương trình mặt trong không gian.

3.4.2. Phân vùng ổn định khi 1 thông số biến đổi tuyến tính

Giả sử thông số biến đổi trong hệ là λ . Khi đó phương trình đặc tính của hệ hoàn toàn có thể viết được ở dạng:

$$A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$$

Thay $p = j\omega \rightarrow \lambda = -\frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R(\omega) + j\,I(\omega)$.

Biểu diễn λ trong mặt phẳng phức ta sẽ được đường cong giới hạn của thông số biến đổi λ .

3.4.3. Các bước thực hiện

- Gọi thông số biến đổi trong hệ cần khảo sát là λ hoặc λ là biểu thức chứa thông số biến đổi.
- Viết phương trình đặc tính về dạng: $A(p) = N(p) + \lambda M(p) = 0$
- Rút λ từ phương trình đặc tính trên: $\lambda = -\frac{N(p)}{M(p)}$

Thay $p = j\omega$ và tách $\lambda = R(\omega) + j\,I(\omega)$.

- Cho ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ lập bảng biến thiên

ω	$0 \rightarrow \infty$
$R(\omega)$	
$I(\omega)$	

Và vẽ được 1/2 đường cong giới hạn λ . Lấy đối xứng qua trục hoành được 1/2 đường cong còn lại ứng với $\omega = 0 \rightarrow -\infty$.

- Theo chiều tăng của $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ gạch dọc bên trái đường cong vùng gạch toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.
- Lấy 1 điểm trong vùng ổn định xác định thông số λ thay vào phương trình đặc tính để thử lại tính ổn định của hệ.
- Thông số trong thực tế là số thực nên ta chỉ cần quan tâm đến các trị số trong vùng ổn định nằm trên trục thực và khoảng đó là khoảng cho phép thông số thay đổi mà hệ ổn định.

Ví dụ 3.2: Giả sử hệ có phương trình đặc tính như sau:

$$A(p) = (1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) + K = 0$$

Hãy phân vùng ổn định theo thông số K. (T_1, T_2, T_3 biết trước và cố định)

- Phương trình đã cho ở dạng cần viết:
- Rút $K = -(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)$

Thay $p = j\omega$ tách phần thực, phần ảo.

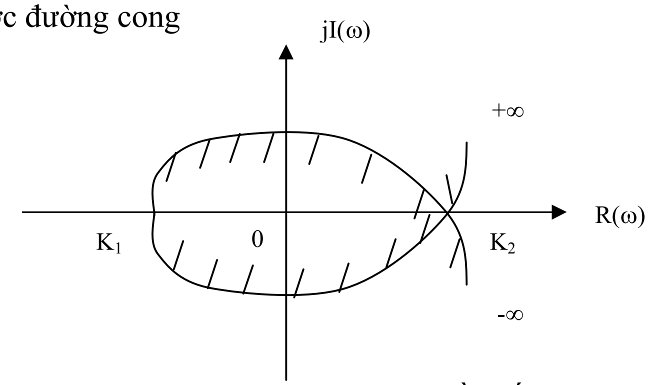
$$K = -(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)(1+T_3j\omega)$$
$$= jT_1T_2T_3\omega^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - j(T_1 + T_2 + T_3)\omega - 1$$

$R(\omega) = (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 - 1$

$I(\omega) = T_1T_2T_3\omega^3 - (T_1 + T_2 + T_3)\omega$

- Lập bảng biến thiên khi $\omega = 0 \rightarrow +\infty$.

Và vẽ được đường cong



Hình 3.7 *Đặc tính tần số* A(jω)

Lấy đối xứng được toàn bộ đường cong.

- Cho $\omega = -\infty \rightarrow +\infty$ gạch sọc bên trái đường cong vùng được gạch sọc toàn bộ và nhiều nhất là vùng ổn định.

- Thử lại: cho K = 0.

$$(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p) = 0 \rightarrow p_1 = -\frac{1}{T_1}, p_2 = -\frac{1}{T_2}, p_3 = -\frac{1}{T_3}$$

Tất cả các nghiệm có phần thực âm hệ ổn định. Vùng đã xét ổn định, vậy khoảng biến đổi của thông số K mà hệ ổn định là: $K_1 < K < K_2$

3.5. ĐỘ DỰ TRỮ ỔN ĐỊNH

3.5.1. Khái niệm

Độ dự trữ ổn định là việc đánh giá một cách định lượng trị số của một thông số nào đó hoặc khoảng cách của đường đặc tính tới trị số giới hạn hoặc vùng giới hạn.

Với một hệ thống bình thường bao giờ cũng phải có độ dự trữ ổn định nào đó. Lúc này mới thoả mãn được chất lượng theo yêu cầu công nghệ và khi thông số biến đổi hệ không bị mất ổn định.

3.5.2. Độ dự trữ ổn định theo các tiêu chuẩn

3.5.2.1. Tiêu chuẩn Raox

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là số hạng gần 0 nhất của các số hạng trong cột 1 của bảng Raox.

Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các số hạng trong cột 1 của bảng Raox tổng quát là A_i khi đó:

$$\min(A_i) \geq \lambda$$

3.5.2.2. Tiêu chuẩn Huwitz

Trị số giới hạn ở đây là trị số 0 nên độ dự trữ ổn định sẽ là giá trị định thức Huwitz gần 0 nhất.

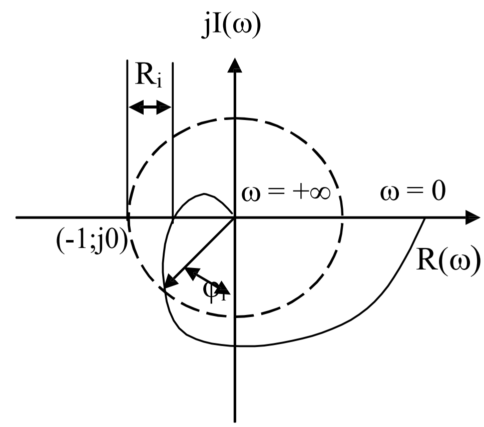
Gọi trị số giới hạn cho phép là λ

Gọi các giá trị định thức Huwitz là Δ_i khi đó:

$$\min(\Delta_i) \geq \lambda$$

3.5.2.3. Tiêu chuẩn Naiquyts

a) Theo đặc tính $W_h(j\omega)$:



Hình 3.8 *Đặc tính tần số* A(jω)

Điểm giới hạn ở đây là điểm (-1;j0) nên độ dự trữ về biên độ ở đây là khoảng cách nhỏ nhất từ điểm (-1;j0) đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành trong khoảng từ (-1;+∞) nếu hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định, trong khoảng từ (-∞;-1) nếu hệ hở không ổn định và độ dự trữ về pha là góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị.

Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔA và $\Delta\varphi$

Gọi khoảng cách từ điểm (-1;j0) đến giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với trục hoành là R_i và góc tạo bởi nửa âm trục ảo và giao điểm của đường $W_h(j\omega)$ với vòng tròn đơn vị là φ_i khi đó:

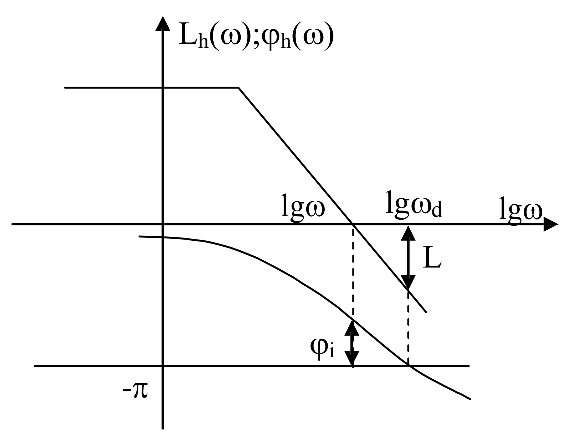
$$R_i \geq \Delta A$$

$$\varphi_i \geq \Delta\varphi$$

b) Theo đặc tính $L_h(\omega)$và v$\varphi_h(\omega)$:

Độ dự trữ ổn định về biên độ là trị số của đường $L_h(\omega)$ tại tần số ω_d làm đặc tính $\varphi_H(\omega_d) = -\pi$

Độ dự trữ ổn định về pha là trị số từ đường -π đến đặc tính $\varphi_h(\omega)$ tại tần số ω_c làm đặc tính $L_H(\omega_c) = 0$



Hình 3.9 *Đặc tính tần số Logarit*

Gọi trị số giới hạn cho phép về biên độ và góc pha là ΔL và $\Delta\varphi$

Các hệ phải thoả mãn điều kiện:

$$L_i \geq \Delta L$$

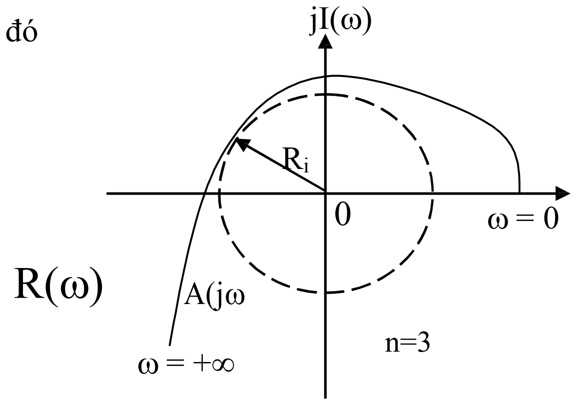
$\varphi_i \geq \Delta\varphi$

3.5.2.4. Tiêu chuẩn Mikhailop

Điểm giới hạn là gốc toạ độ, độ dự trữ ôn định là bán kính vòng tròn lấy tâm là gốc toạ độ và tiếp xúc với vector đa thức A(jω)

Gọi trị số giới hạn cho phép là R. Khi đó

$$R_i \geq R$$



Hình 3.8 *Đặc tính tần số* A(jω)

CHƯƠNG IV

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

4.1. CÁC CHỈ TIÊU CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Sau khi xét ổn định cho hệ theo các phuong pháp đã học như giải trực tiếp tìm nghiệm của phương trình đặc tính, sau đó xét dấu hoặc sử dụng các tiêu chuẩn đại số (Raox, Huwits), tiêu chuẩn tần số (Naiquyt, Mikhailop) chúng ta đã biết đưọc hệ thống đã cho có ổn định hay không. Điều đó cho chúng ta biết hệ thống có thể làm việc được hay không.

Còn hệ thống có được mang ra sử dụng hay không còn phụ thuộc vào chất lượng của hệ thống. Như vậy ổn định chỉ là điều kiện cần và chất lượng của quá trình điều khiển mới là điều kiện đủ để chứng tỏ khả năng làm việc của hệ. Hay nói một cách khác ổn định và chất lượng là 2 chỉ tiêu của hệ thống điều khiển, ta chỉ khảo sát chất lượng khi hệ thống đã ổn định.

Nếu hệ thống không ổn định ta phải tìm cách đưa hệ thống về ổn định (hiệu chỉnh thô). Khi hệ thống đã ổn định rồi nhưng không đảm bảo chất lượng thì ta phải tìm cách nâng cao chất lượng hệ thống (hiệu chỉnh tinh).

Yêu cầu chất lượng hệ thống chính là yêu cầu chất lượng của quá trình công nghệ. Nó được đánh giá bằng chất lượng tĩnh và chất lượng động (chất lượng của quá trình quá độ).

Với mỗi hệ thống cụ thể thì người ta cho trước các chỉ tiêu chất luong tĩnh và động, hệ thống của ta phải thoả mãn những yêu cầu chất lượng cụ thể đó.

4.1.1. Chất lượng tĩnh

Chất lượng tĩnh là sai lệch của hệ thống ở chế độ xác lập St

$$St = \lim_{t\to\infty} e(t)$$

Với e(t) là sai lệch điều khiển.

4.1.2. Chất lượng động

Chất lượng động là sai lệch của hệ thống ở chế độ quá độ và được đánh giá bằng ba chỉ tiêu sau:

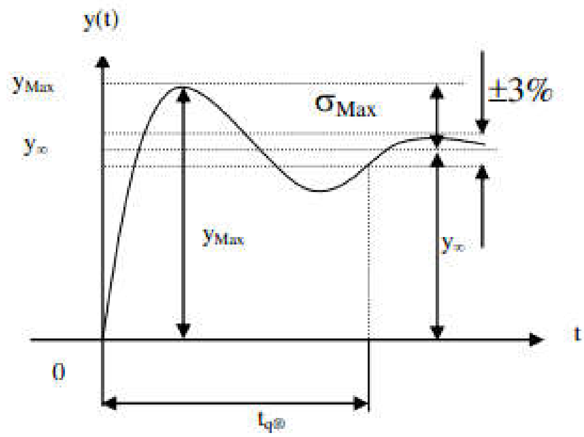
***a) Độ quá điều chỉnh*: (δmax %)**

Là biên độ cực đại của đại lượng cần điều chỉnh so với trị số xác lập

$$\delta_{max}\% = \frac{y_{max} - y_\infty}{y_\infty}100\%$$

***b) Thời gian quá độ*:** $t_{qđ}$ là thời gian kể từ khi bắt đầu khởi động hệ thống cho đến khi đặc tính quá độ của hệ thống đi vào và nằm trong vùng giới hạn cho phép ($\pm 3\% \, y_\infty$).

c) Số lần dao động n: Là số đỉnh nhọn hay số điểm cực trị của đặc tính lượng ra trong khoảng thời gian $t_{qđ}$.



***Hình 4.1.** Đặc tính quá độ của hệ thống*

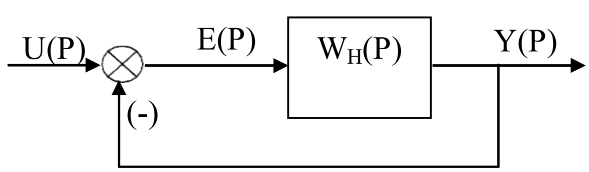
4.2. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CẢA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP

Ta biết chất lượng tĩnh của hệ thống được xác định:

$$St = \lim_{t \to \infty}[u(t)-y(t)] = \lim_{t \to \infty} e(t)$$

Chất luong hệ thống càng tốt khi St càng bé.

Giả sử cho hệ thống kín có sơ đồ cấu trúc như hình 4.2.



***Hình 4.2** Hệ thống điều khiển kín*

Một cách tổng quát chọn :

$$W_H(p) = \frac{KW_0(p)}{p^\gamma}$$

$$\text{Với } W_0(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n};$$

K là hệ số khếch đại của hệ thống.

a_i, b_j là các hệ số và được xác định từ các thông số của các phần tử trong mạch.

Từ sơ đồ cấu trúc ta có :

$$W_K(p) = \frac{W_H(p)}{1+W_H(p)} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad \rightarrow Y(p) = U(p)\frac{W_H(p)}{1+W_H(p)}$$

Mặt khác ta có :

$$W_H(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}$$

Từ đó ta có :

$$E(p) = \frac{U(p)}{1+W_H(p)}$$

Theo định lý về giới hạn thứ nhất ta có:

$$St = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to o} pE(p) = \lim_{p\to o} \frac{pU(p)}{1+W_H(p)}$$

Như vậy sai lệch tĩnh của hệ thống phụ thuộc vào :

- Tín hiệu vào của hệ thống U(p)
- Cấu trúc của hệ thống $W_H(p)$

Nếu thay $W_H(p)$ bằng dạng tổng quát thì ta có :

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{pX(p)}{1+\dfrac{KW_0(p)}{p^\gamma}} = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}X(p)}{p^\gamma + KW_0(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}U(p)}{p^\gamma + K\dfrac{b_0p^m+\ldots+b_m}{a_0p^n+\ldots+a_n}}$$

4.2.1. Khi tín hiệu vào là hàm 1(*t*): $u(t) = U_0.1(t) \rightarrow U(p) = U_0/p$

- Xét trường hợp $\gamma = 0$ (Trong hệ không có khâu tích phân T). Ta có :

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{p}{1+K\dfrac{b_0p^m+\ldots+b_m}{a_0p^n+..+a_n}}.\frac{U_0}{p} = \frac{U_0}{1+K\dfrac{b_m}{a_n}}$$

Như vậy St tỷ lệ nghịch với hệ số khuyếch đại K. Khi K càng lớn sai lệch tĩnh càng giảm nhưng hệ càng dễ mất ổn định.

- Xét trường hợp $\gamma = 1,2,3....$

$$St = \lim_{p\to 0} \frac{p^{\gamma+1}}{p^\gamma + KW_0(p)}.\frac{U_0}{p} = 0$$

Như vậy để hệ không còn tồn tại sai lệch tĩnh (hệ vô sai tĩnh) trong hệ phải có ít nhất một khâu tích phân.

4.2.2. Khi tín hiệu vào là hàm: $u(t) = U_0.t \rightarrow U(p) = U_0/ p^2$

$$St = \lim_{p\to 0}\frac{p^{\gamma+1}}{p^{\gamma}+KW_0(p)}.\frac{2U_0}{p^3}$$

- Khi γ **=** 0 → St = ∞ → hệ thống không sử dụng được.
- Khi γ **=** 1 → $St = \frac{U_0 a_n}{Kb_m}$ → sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với hệ số khuếch đại.
- Khi γ **=** 2,3,4…. → St = 0 → Để hệ vô sai thì trong hệ phải có ít nhất 2 khâu tích phân

4.2.3. Khi tín hiệu vào là hàm*:* $u(t) = U_0.t^2 \rightarrow U(p) = 2U_0/ p^3$

$$St = \lim_{p\to 0}\frac{p^{\gamma+1}}{p^{\gamma}+KW_0(p)}.\frac{2U_0}{p^3}$$

- Khi γ = 0,1 → St = ∞ → hệ thống không sử dụng được.
- Khi γ **=** 2→ $St = \frac{2U_0 a_n}{Kb_m}$ → sai lệch tĩnh tỷ lệ nghịch với hệ số khuếch đại.
- Khi γ **=** 3,4…. → St = 0 → Để hệ vô sai thì trong hệ phải có ít nhất 3 khâu tích phân.

Chú ý: Khi đánh giá chất lượng ở chế độ xác lập người ta còn cho chỉ tiêu chất lượng tĩnh cho phép dưới dạng [St%]. St% của hệ lúc này được xác định như sau:

$$St\% = \frac{St}{y_\infty}100\%$$

$$y_\infty = y_{XL} = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} pY(p)$$

Y(p) được xác định từ đầu vào và cấu trúc của hệ thống.

4.3. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG Ở CHẾ ĐỘ QUÁ ĐỘ

Đánh giá chất lượng hệ thống ở chế độ quá độ là ta phải xác định được 3 chỉ tiêu là độ quá điều chỉnh δmax %, thời gian quá độ $t_{qđ}$, số lần dao động n. Ta có thể thực hiện theo nhiều cách. Tuy nhiên nếu có được đặc tính quá độ h(t) của hệ thì việc xác định các chỉ tiêu trên rất đơn giản.

4.3.1. Phương pháp đại số

Sử dụng phương pháp đại số khi đã biết hàm H(p) ta dùng phép biến đổi Laplace ngược để tìm hàm h(t) theo hai cách sau đây:

a) Dùng phương pháp biến đổi ngược hàm hữu tỷ

Giả sử hệ có hàm truyền :

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + ... + b_m}{a_0 p^n + ... + a_n}$$

Khi đó hàm ảnh H(p) có dạng :

$$H(p) = \frac{1}{p} W(p)$$

Để tìm h(t) ta thực hiện theo các bước sau :

- Phân tích H(p) thành tổng các phân thức tối giản :

$$H(p) = A + \sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{n} \frac{A_{ki}}{(p - a_k)^i} + \sum_{k=1}^{m} \frac{B_k (p - \alpha_k) + C_k \beta_k}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k{}^2}$$

Trong đó : A, A_{ki}, B_k, C_k là các hằng số. a_k là nghiệm thực bội n và $a_k \pm j\beta_k$ là các nghiệm phức liên hợp của phương trình A(p) = 0.

Xác định hàm gốc cho từng phần tử trong tổng trên như sau :

- $L^{-1}[A] = A.\delta(t) = h_1(t)$
- $L^{-1}[\frac{A_{ki}}{(p - a_k)^i}] = A_{ki} \frac{t^{i-1} e^{a_k t}}{(i-1)!} 1(t) = h_2(t)$
- $L^{-1}[\frac{B_k (p - \alpha_k)}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k{}^2}] = B_k e^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t) 1(t) = h_3(t)$
- $L^{-1}[\frac{C_k \beta_k}{(p - \alpha_k)^2 + \beta_k{}^2}] = C_k e^{\alpha_k t} \sin(\beta_k t) 1(t) = h_4(t)$

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t) + h_4(t)$$

b) Dùng phương pháp phương trình đặc trưng

Giả sử hệ có hàm truyền :

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + ... + b_m}{a_0 p^n + ... + a_n}$$

Khi đó :

$$h(t) = c_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t} 1(t)$$

Trong đó c_0 là hằng số được xác định theo điều kiện đầu p = 0

$c_0 = W(0) = B(0) / A(0)$

p_i là nghiệm thứ i của phương trình đặc tính A(p) = 0

c_i là các hằng số được xác định như sau :

$$c_i = \frac{B(p)}{pA'(p)}\Bigg|_{p = p_i}$$

Nếu p_i là nghiệm phức thì ta phải dùng công thức Ole :

$$c_i e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + c_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$
$$= (a + jb)e^{(\alpha_i + j\beta_i).t} + (a - jb)e^{(\alpha_i - j\beta_i)t}$$
$$= 2A_i e^{\alpha_i t}.\cos(\beta_i t + \varphi_i)$$

Với : $A_i = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\varphi_i = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}(\text{rad})$$

Ví dụ 4.1: Cho hệ có hàm truyền $W(p) = \frac{B(p)}{A(P)} = \frac{K}{Tp+1}$ Hãy tìm h(t) sử dụng phương pháp phương trình đặc trưng :

$$h(t) = c_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t} 1(t)$$

$$c_0 = W(0) = K \ ; \ c_1 = \frac{B(p)}{pA'(p)}\Bigg|_{p = -1/T = -K}$$

$$h(t) = K1(t) - Ke^{-\frac{t}{T}}1(t) = k1(t)\left[1 - e^{-\frac{t}{T}}\right]$$

4.3.2. Phương pháp máy tính số*:* Sử dụng ngôn ngữ Matlab

a) Sử dụng sơ đồ cấu trúc của hệ:

Lấy các khối trong thư viện Simulink cua ngôn ngữ Matlab sau đó nối chúng lại theo đúng sơ đồ cấu trúc của hệ đã cho. Vì cần đặc tính quá độ nên ở đầu vào ta phải dùng hàm bước nhảy step và ở đầu ra ta dùng khối scope để hiển thị và quan sát đặc tính.

b) Sử dụng câu lệnh:

Giả sử hệ đã cho dưới dạng hàm truyền đạt. Ta phải dùng câu lệnh để khai báo hàm truyền đạt và dùng câu lệnh để vẽ đặc tính quá độ.

Chương 5
TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG TUYẾN TÍNH

5.1. KHÁI NIỆM

Sau khi xét ổn định tồn tại hệ không ổn định, nếu hệ thống đã ổn định, sau khi khảo sát chất lượng lại tồn tại hệ chưa đảm bảo chất lượng yêu cầu.

Vấn đề đặt ra là nếu hệ thống không ổn định thì làm thế nào đưa hệ thống về ổn định. Nếu hệ thống đã ổn định nhưng chất lượng không thoả mãn yêu cầu thì làm thế nào nâng cao chất lượng của hệ.

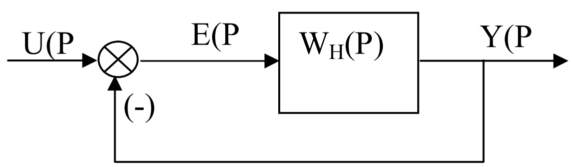
Để giải quyết các vấn đề đó ta tiến hành ổn định hoá và tổng hợp hiệu chỉnh hệ thống.

5.2. ỔN ĐỊNH HÓA HỆ THỐNG

5.2.1. Hệ có cấu trúc ổn định

Hệ có cấu trúc ổn định là hệ thống khi thay đổi thông số của các phần tử trong hệ thì tính ổn định của hệ thay đổi theo nhưng cấu trúc của hệ không đổi.

a) Giả sử hệ có cấu trúc như hình 5.1

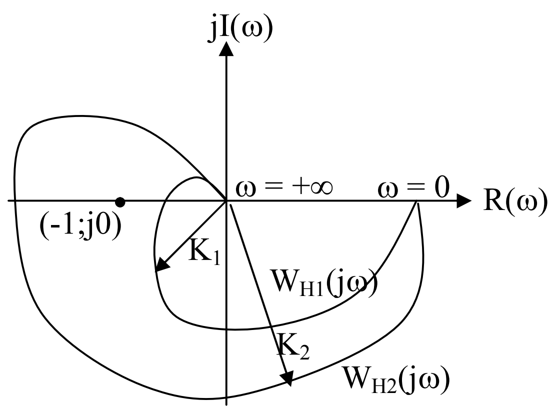


Hình 5.1 *Hệ thống điều khiển kín*

Giả sử hệ hở đã cho có hàm truyền dạng:

$$W_h(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{A(p)}$$

Ổn định và có đặc tính $W_H(j\omega)$ như hình vẽ.



Hình 5.2 *Đặc tính tần số $W_H(j\omega)$*

Nếu hệ số khuếch đại là K_1 thì hệ kín ổn định, nếu là K_2 thì hệ kín không ổn định.

b) Giả sử hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính

$A(p) = p^3 + (T+1)p^2 + (T+2)p + 4 = 0$

Hãy xác định T để hệ ổn định $\rightarrow T > 1$

Kết luận: Như vậy để ổn định hoá hệ thống có cấu trúc ổn định thì ta chỉ việc thay đổi sự tương quan của các thông số trong mạch. Để xác định trị số giới hạn của các thông số đó ta sử dụng các phương pháp Raox, Huwitzs, lý thuyết phân vùng ….

5.2.2. Hệ có cấu trúc không ổn định

Hệ có cấu trúc không ổn định là hệ thống khi đổi tất cả các thông số với mọi giá trị hệ vẫn không ổn định. Muốn ổn định hoá hệ thống này ta phải thay đổi cấu trúc của hệ bằng các cách sau:

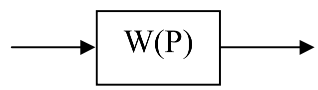
- Thay đổi lại cách ghép nối các phần tử trong hệ.
- Thêm các mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ.
- Thêm một số thiết bị bên ngoài vào trong hệ (thiết bị hiệu chỉnh).

Một hệ có cấu trúc không ổn định thường là hệ có khâu tích phân và không có khâu vi phân mắc nối tiếp nghĩa là hệ thống không thoả mãn điều kiện cần để hệ ổn định.

a) Thêm mối liên hệ phản hồi phụ vào trong hệ

Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ với:

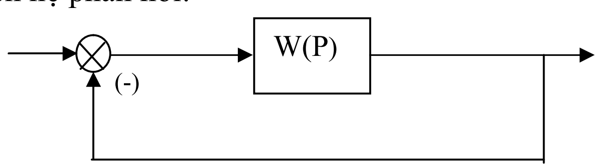
$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$



$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + 0 = 0$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm mối liên hệ phản hồi:



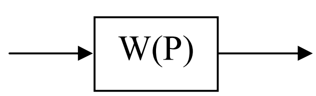
$$W_K(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

$A(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K = 0$

Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

b) Thêm thiết bị hiệu chỉnh vào trong hệ

Giả sử hệ có cấu trúc như hình vẽ:



Với:

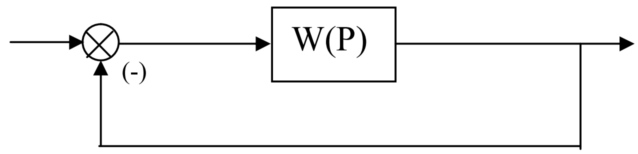
$$W(p) = \frac{K}{p^2 (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Phương trình đặc tính của hệ:

$$A(p) = T_1 T_2 p^4 + (T_1 + T_2)p^3 + p^2 + 0p + 0 = 0$$

Hệ có cấu trúc không ổn định (không thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$)

Thêm mối liên hệ phản hồi vào hệ như hình vẽ:



Khi đó hàm truyền đạt hệ thống kín là:

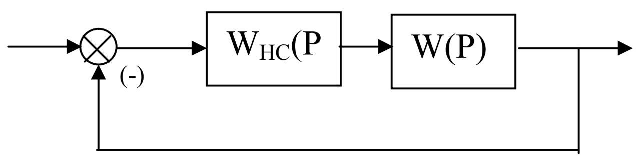
$$W_K(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống kín:

$$A(p) = T_1T_2p^4 + (T_1 + T_2)p^3 + p^2 + 0p + K = 0$$

Hệ vẫn có cấu trúc không ổn định (không thoả mãn điều kiện cần $a_i > 0$).

Ta đưa thêm thiết bị hiệu chỉnh mắc nối tiếp như hình vẽ:



Thiết bị hiệu chỉnh có hàm truyền

$$W_{HC}(p) = \frac{T_3p + 1}{T_4p + 1}$$

$$W_K(p) = \frac{W_{HC}(p)W(p)}{1 + W_{HC}(p)W(p)}$$

$$A(p) = T_1T_2T_4p^5 + (T_1T_2 + T_1T_4 + T_1T_2)p^4 + (T_1 + T_2 + T_4)p^3 + p^2 + KT_3p + K = 0$$

Đã chuyển từ hệ có cấu trúc không ổn định về hệ có cấu trúc ổn định.

Sau khi đã đưa hệ về có cấu trúc ổn định thì việc ổn định hoá hệ thống được thực hiện như ở mục 1.

5.3. HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG VỚI CÁC THIẾT BỊ HIỆU CHỈNH

Trong hệ thống điều khiển tự động trong công nghiệp hiện nay thường dùng các thiêt bị hiệu chỉnh chuẩn là thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ, thiết bị hiệu chỉnh tích phân, thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ tích phân, thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ vi phân và thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ vi tích phân.

5.3.1. Thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ (Bộ điều khiển P)

Tín hiệu điều khiển u(t) tỷ lệ với tín hiệu vào e(t).

Phương trình vi phân mô tả động học:

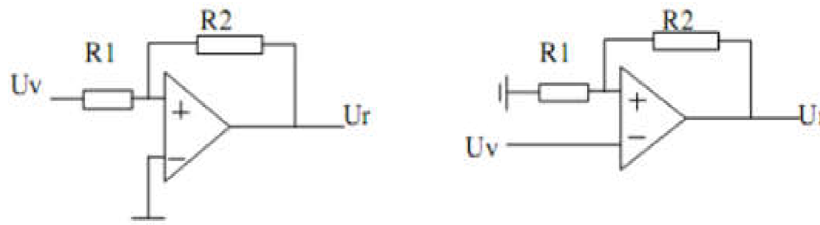
$$u(t) = K_m.\ e(t)$$

Trong đó: u(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển

e(t) là tín hiệu vào

K_m là hệ số khuếch đại của bộ điều khiển

Xây dựng bằng sơ đồ mạch khuếch đại thuật toán như hình 5.3:

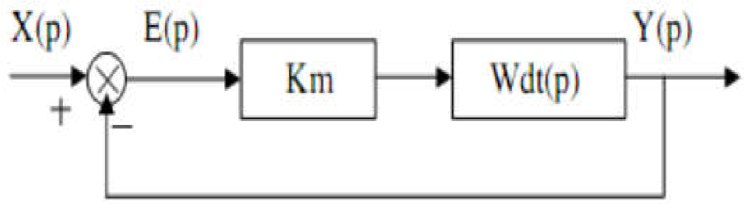


Hình 5.3. *Sơ đồ mạch bộ điều khiển tỷ lệ P*

Hàm truyền đạt của P trong miền ảnh Laplace :

$W(p) = U(p)/ E(p) = K_m$

Sai lệch tĩnh của hệ thống có sử dụng thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ P



Sai lệch thông số được tính :

$$\delta = \lim_{p\to 0} E(p)$$

ta có :

$$E(p) = X(p) - Y(p) = X(p) - Km.W_{dt}(p).E(p)$$

$$\Rightarrow E(p) = \frac{1}{1 + Km.Wdt(p)} X(p)$$

Xét trường hợp tổng quát:

$$W(t) = \frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_m}$$

Trong đó: m = n – 1

Tín hiệu vào là tín hiệu bậc thang

$$X(t) = 1(t) \Rightarrow X(p) = A/p$$

$$\delta = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{1 + Km\frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_m}} \cdot \frac{A}{P}\right)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{1}{1 + K_m.K_d}$$

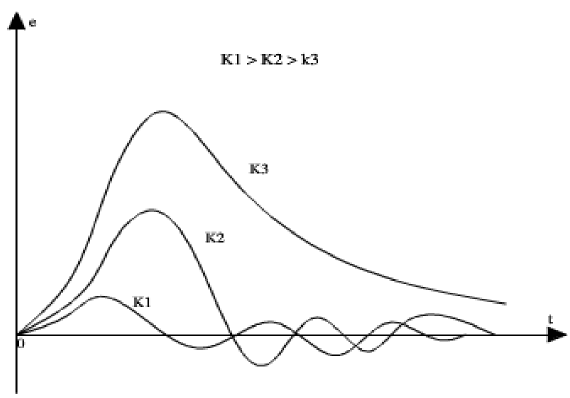
Với: $K_d = b_m/a_n$

- Ưu điểm :

Bộ điều khiển có tính tác động nhanh khi đầu vào có tín hiệu sai lệch thì tác động ngay tín hiệu đầu ra.

- Nhược điểm :

Hệ thống luôn tồn tại sai lệch dư, khi tín hiệu sai lệch đầu vào của bộ điều khiển bé thì không gây tín hiệu tác động điều khiển, muốn khắc phục nhược điểm này thì ta phải tăng hệ số khuếch đại Km. Như vậy hệ thống sẽ kém ổn định



Hình 5.4 *Quá trình hiệu chỉnh với các hệ số K_m khác nhau*

5.3.2. Thiết bị hiệu chỉnh tích phân (Bộ điều khiển I)

Tín hiệu điều khiển u(t) tỷ lệ với tích phân tín hiệu vào e(t).

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$u(t) = K\int_0^t e(\tau).\,d\tau = \frac{1}{Ti}\int_0^t e(\tau).\,d\tau$$

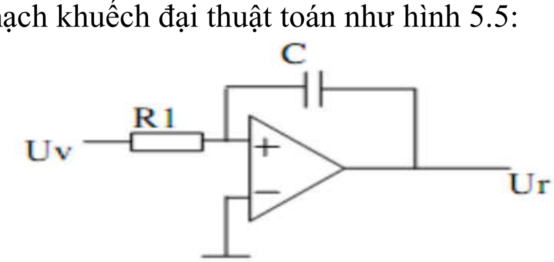
Trong đó: u(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển

e(t) là tín hiệu vào

T_i là hằng số thời gian tích phân

Từ công thức này ta thấy giá trị điều khiển u(t) chỉ đạt giá trị xác lập (quá trình điều khiển đã kết thúc) khi e(t) = 0

Xây dựng bằng sơ đồ mạch khuếch đại thuật toán như hình 5.5:



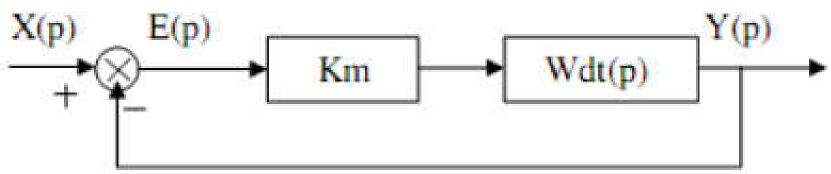
Hình 5.5 *Sơ đồ mạch bộ điều khiển tích phân I*

$$\frac{U_r}{U_v} = -\frac{1}{RC}\int_0^t U_v(t)dt$$

+ Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace

$$W_I(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{1}{Ti.p}$$

Sai lệch của hệ thống :



Sai lệch của hệ thống được tính :

$$\delta = \lim_{P\to 0} E(p)$$

Ta có :

$$E(p) = X(p) - Y(p) = X(p) - \frac{1}{TiP}.W_{dt}(p).E(p)$$

$$=> E(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{TiP}.Wdt(p)} X(p)$$

Xét trường hợp tổng quát :

$$W(t) = \frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_m}$$

Trong đó m = n – 1

Tín hiệu vào là tín hiệu bậc thang

$$X(t) = 1(t) => X(p) = A/p$$

$$\delta = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{TiP}\frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_m}}.\frac{A}{P}\right) = 0$$

- Ưu điểm :

Bộ điều khiển tích phân loại bỏ được sai lệch dư của hệ thống, ít chịu ảnh hưởng tác động của nhiễu cao tần.

- Nhược điểm :

Bộ điều khiển tác động chậm nên tính ổn định của hệ thống kém.

Xét đặc tính của khâu tích phân, tín hiệu ra của nó luôn luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$. Điều này muốn nói tới sự tác động chậm của quy luật tích phân. Do sự tác động chậm mà trong công nghiệp hệ thống điều chỉnh tự động sử dụng quy luật tích phân kém ổn định. Vì vậy quy luật này hiện nay ít được sử dụng trong công nghiệp.

5.3.3. Thiết bị hiệu chỉnh vi phân (Bộ điều khiển D)

Tín hiệu điều khiển u(t) tỷ lệ với vi phân tín hiệu vào e(t).

Phương trình vi phân mô tả động học:

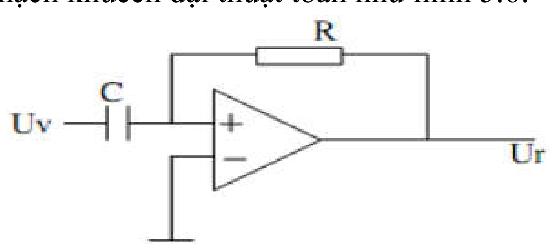
$$u(t) = T_d.\frac{de(t)}{dt}$$

Trong đó: u(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển

e(t) là tín hiệu vào

T_d là hằng số thời gian vi phân

Xây dựng bằng sơ đồ mạch khuếch đại thuật toán như hình 5.6:



Hình 5.6. *Sơ đồ mạch bộ điều khiển vi phân D*

$$Ur = -RC\frac{du(t)}{dt}$$

Hàm truyền đạt của D trong miền ảnh Laplace :

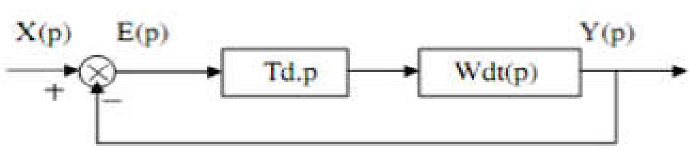
$$W(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = T_d.p$$

Trong đó :

$$A(\omega) = T_d.\omega$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$

Sai lệch hệ thống :



Sai lệch của hệ thống được tính :

$$\delta = \lim_{p\to 0} E(p)$$

Ta có:

$$E(p) = X(p) - Y(p) = X(p) - Td.p.W_{dt}(p).E(p)$$

$$\Rightarrow E(p) = \frac{1}{1 + Td.p.Wdt(p)} X(p)$$

Xét trường hợp tổng quát:

$$W(t) = \frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_m}$$

Trong đó: $m = n - 1$

Tín hiệu vào là tín hiệu bậc thang

$$X(t) = 1(t) \Rightarrow X(p) = A/p$$

$$\delta = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{1 + Td.p.\frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_m}} \cdot \frac{A}{P}\right) \neq 0$$

- Ưu điểm :

Luật điều khiển vi phân đáp ứng tính tác động nhanh đây là một đặc tính mà trong điều khiển tư động rất mong muốn.

- Nhược điểm:

Khi trong hệ thống dùng bộ điều khiển có luật vi phân thì hệ thống dễ bị tác động bởi nhiễu cao tần. Đây là loại nhiễu thường tồn tại trong công nghiệp.

Các bộ điều khiển tỷ lệ, vi phân, tích phân thường tồn tại những nhược điểm riêng. Do vậy, để khắc phục các nhược điểm trên người ta thường kết hợp các bộ điều khiển đó lại để có bộ điều khiển loại bỏ các nhược điểm đó, đáp ứng yêu cầu kỹ thuật của hệ thống công nghiệp. Mà phổ biến và có nhiều ứng dụng nhất hiện nay đó là bộ điều khiển tỷ lệ tích phân (PI) và bộ điều khiển tỷ lệ vi tích phân (PID).

5.3.4. Thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ tích phân (Bộ điều khiển PI)

Phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra của bộ điều khiển:

$$u(t) = K_1.e(t) + K_2\int_0^t e(\tau).\,d\tau$$

$$u(t) = K_m\left(e(t) + \frac{1}{Ti}\int_0^t e(\tau).\,d\tau\right)$$

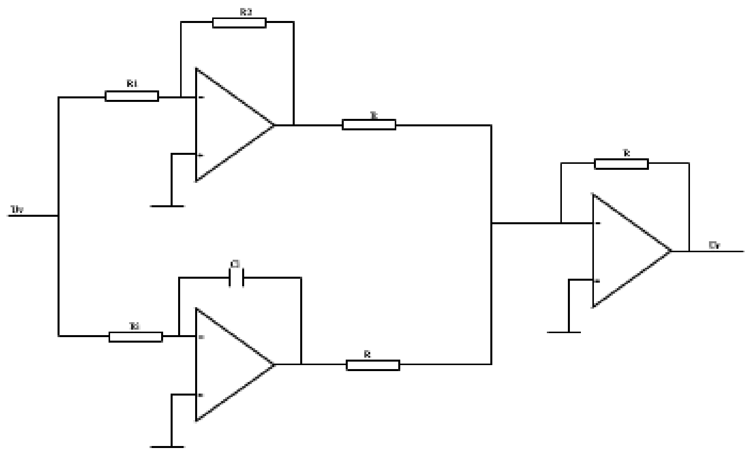
Trong đó: $u(t)$ là tín hiệu ra của bộ điều khiển

$e(t)$ là tín hiệu vào

$K_m = K_1$ là hệ số khuếch đại

$T_i = K_1/K_2$ là hằng số thời gian tích phân

Xây dựng bằng sơ đồ mạch khuếch đại thuật toán như hình 5.7:



Hình 5.7. *Sơ đồ mạch bộ điều khiển tỷ lệ tích phân PI PI được xây dựng từ mạch KĐTT mắc song song*

$$Ur = \frac{R1}{R2}Uv + \frac{1}{Ri.Ci}\int_0^t Uv(t)dt$$

Hàm truyền đạt của PI trong miền ảnh Laplace :

$$W(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_m\left(1 + \frac{1}{Ti.P}\right)$$

Ưu, nhược điểm :

- Ưu điểm : Bộ điều khiển PI triệt tiêu sai lệch dư của hệ thống và đáp ứng được tính tác động nhanh. PI chậm hơn bộ điều khiển tỷ lệ P nhưng nhanh hơn bộ điều khiển tích phân I. Tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc từ -π/2 đến 0 phụ thuộc vào các tham số K_m, T_i và tần số của tín hiệu vào. Trong thực tế, PI được sử dụng khá rộng rãi và đáp ứng được chất lượng hầu hết các quy trình công nghệ.

- Nhược điểm : Do có thành phần tích phân I nên tốc độ tác động của PI bị chậm đi, vì vậy nếu đối tượng có nhiễu tác động liên tục mà đòi hỏi độ chính xác điều chỉnh cao thì bộ điều khiển PI không đáp ứng được.

5.3.5. Thiết bị hiệu chỉnh tỷ lệ vi tích phân (Bộ điều khiển PID)

Để tăng tốc độ tác động của bộ điều khiển PI, trong thành phần của nó người ta ghép thêm thành phần vi phân và nhận được bộ điều khiển tỷ lệ vi tích phân (PID). PID có đặc tính mềm dẻo và phù hợp với hầu hết các đối tượng trong công nghiệp.

Phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra của bộ điều khiển:

$$u(t) = K_1.e(t) + K_2.\int_0^t e(t)dt + K_3.\frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = K_m.(e(t) + \frac{1}{T_i}.\int_0^t e(t)dt + T_d\frac{de(t)}{dt})$$

Trong đó: u(t) là tín hiệu ra của bộ điều khiển

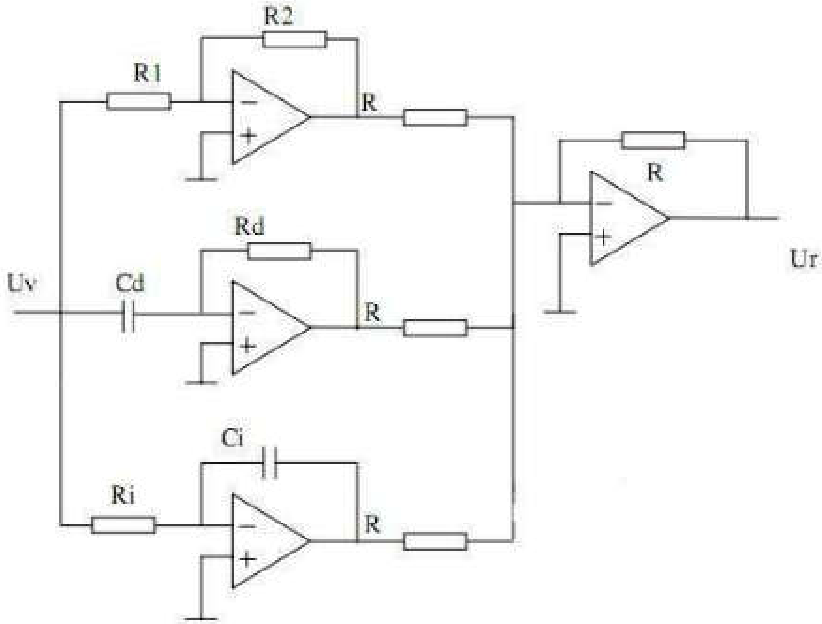
e(t) là tín hiệu vào

$K_m = K_1$ là hệ số khuếch đại

$T_i = K_1/K_2$ là hằng số thời gian tích phân

$T_d = K_3/K_1$ là hằng số thời gian vi phân

Xây dựng bằng sơ đồ mạch khuếch đại thuật toán như hình 5.8:



Hình 5.8. *Sơ đồ mạch bộ điều khiển tỷ lệ vi tích phân PID PID xây dựng từ KĐTT mắc song song*

$$Ur = \frac{R1}{R2}Uv + Rd.Cd.\frac{dUv}{dt} + \frac{1}{Ri.Ci}\int_0^t Uv(t)dt$$

$$\Rightarrow \frac{Ur}{Uv} = \frac{R1}{R2}\left(1 + \frac{R1.Rd.Cd}{R2}.P + \frac{1}{Ri.Ci.P}\right)$$

Hàm truyền đạt của PID trong miền ảnh Laplace :

$$W(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_m.(1 + \frac{1}{Ti.p} + T_d.p)$$

Hàm truyền của PID trong miền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{E(j\omega)} = K_m.(1 + j.T_d.\omega - \frac{1}{j.Ti.\omega})$$

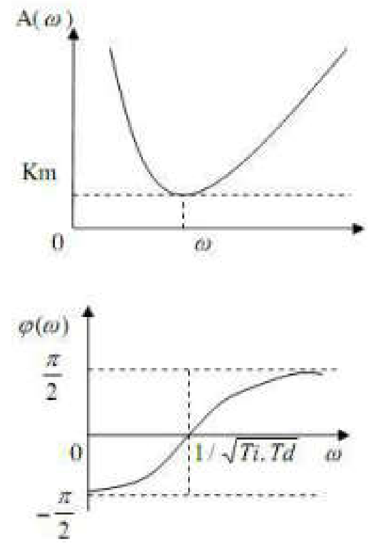
$$= K_m.[1 + j(T_d.\omega - \frac{1}{Ti.\omega})] = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó :

$$A(\omega) = Km\sqrt{1 + (Td.\omega - \frac{1}{Ti.\omega})^2}$$

$$\varphi\ (\omega) = arctg\ (Td\omega - \frac{1}{Ti\omega})$$

Đồ thị đặc tính:



Hình 5.9. *Đồ thị đặc tính của PID*

Ưu, nhược điểm :

Đặc tính làm việc của bộ điều khiển PID rất linh hoạt, mềm dẻo. Ở dải tần số thấp thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ tích phân. Ở giải tần số cao thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ vi phân. Khi $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{T_i.T_d}}$

thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ.

Bộ điều khiển có ba tham số K_m, T_i, T_d :

+ Khi ta chọn $T_i = \infty$, $T_d = 0$ thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ.

+ Khi ta chọn $T_i = \infty$, $T_d \# 0$ thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ - vi phân.

+ Khi ta chọn $T_d = 0$ thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ - tích phân.

Góc lệch pha của tín hiệu ra so với tín hiệu vào nằm trong khoảng từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$ phụ thuộc và các tham số K_m, T_i , T_d và tần số của tín hiệu vào. Nghĩa là về tốc độ tác động, bộ điều khiển PID còn có thể nhanh hơn P.

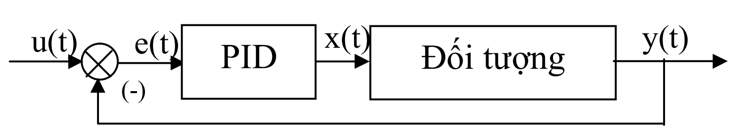
Trong bộ điều khiển có thành phần tích phân nên hệ thống triệt tiêu được sai lệch dư.

Nói tóm lại thì PID hoàn hảo nhất. Nó đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của hầu hết các quy trình công nghệ. Nhưng việc hiệu chỉnh tham số của nó phức tạp, đòi hỏi người sử dụng phải có một trình độ nhất định.

Bộ điều khiển PID

PID là bộ điều khiển tỷ lệ - tích – vi phân (Proportional-Integral-Derivative)

Bộ điều khiển PID được sử dụng rộng rãi để điều khiển đối tượng SISO theo nguyên tắc sai lệch:



Nếu e(t) càng lớn thì thông qua thành phần tỷ lệ làm cho x(t) càng lớn (vai trò của khâu P).

Nếu e(t) chưa bằng không thì thông qua thành phần tích phân, PID vẫ tạo tín hiệu điều chỉnh (vai trò của khâu I).

Nếu e(t) thay đổi lớn thì thông qua thành phần vi phân, phản ứng thích hợp x(t) càng nhanh (vai trò của khâu D).

Bộ điều khiển PID được mô tả bởi hàm truyền đạt sau:

$$W_{PID}(p) = k_p(1 + \frac{1}{T_i p} + T_D p)$$

k_p là hệ số khuyếch đại

T_i hằng số tích phân

T_D hằng số vi phân

5.4. TỔNG HỢP HỆ THỐNG THEO PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU
(Modul tối ưu và Tối ưu đối xứng)

5.4.1. Khái niệm

Xuất phát từ bài toán mong muốn là ở chế độ xác lập lượng ra đúng bằng lượng vào hoặc ít ra ở chế độ quá độ lượng ra bám được lượng đặt với thời gian ngắn nhất.

Người ta khảo sát và thấy rằng hàm truyền của hệ có dạng phân thức. Tử và mẫu số là một đa thức với:

- Bậc của đa thức tử nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu 2 bậc.
- Đa thức tử chính là đa thức mẫu sau khi bỏ hai số hạng bậc cao hơn
- Các hệ số của đa thức phải thoả mãn hệ phương trình: lấy một hệ số a_i bất kỳ bình phương trừ 2 lần tích của 2 hệ số a_i lân cận phải bằng 0.

$$W(p) = \frac{a_2 p^{n-2} + ... + a_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + ... + a_n}$$

$$\begin{cases} a_1^2 - 2a_0 a_2 = 0 \\ ... \\ a_{n-1}^2 - 2a_{n-2} a_n = 0 \end{cases}$$

Để đơn giản người ta chọn:

$W_1(p) = \frac{a_n}{a_{n-2}p^2 + a_{n-1}p + a_n}$, đặt $a_{n-2} = 2\tau^2; a_{n-1} = 2\tau; a_n = 1$

Nên $W_1(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}$: modul tối ưu

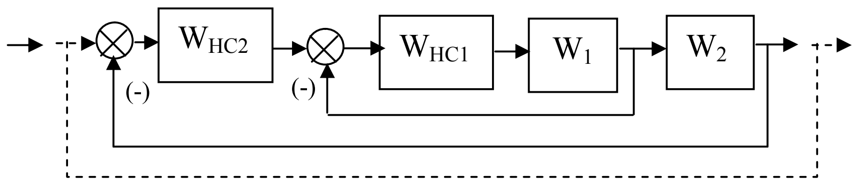
$W_2(p) = \frac{a_{n-1}p + a_n}{a^{n-3}p^3 + a_{n-2}p^2 + a_{n-1}p + a_n}$,

đặt $a_{n-3} = 8\tau^3; a_{n-2} = 8\tau^2; a_{n-1} = 4\tau; a_n = 1$

Nên $W_2(p) = \dfrac{4\tau p+1}{8\tau^3p^3+8\tau^2p^2+4\tau p+1}$: tối ưu đối xứng

với $\tau \le \dfrac{1}{6}t_{qd}$

Trong hệ thống nếu dùng một thiết bị hiệu chỉnh mạch có thể phức tạp, khó tính toán. Để đơn giản ta dùng nhiều thiết bị và chuyển hệ về sơ đồ cấu trúc nối cấp chuẩn, tổng quát.



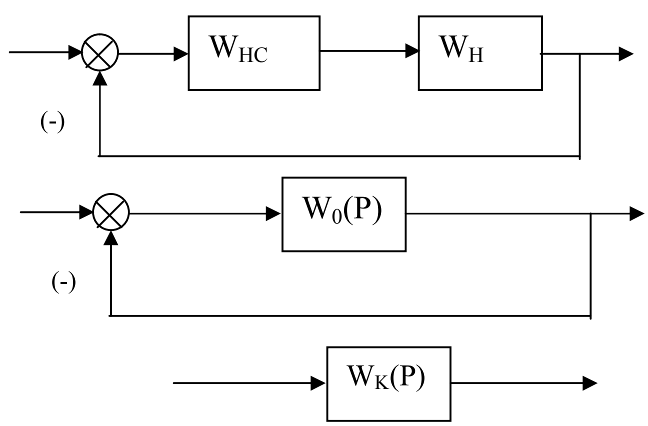
Mặt khác trong hệ thống cũ có thể có các khâu có hằng số thời gian khác nhau và trong kỹ thuật người ta quy định:

- Có thể bỏ qua các hằng số thời gian nhỏ hơn 1 miligiây (< 0.001 s)
- Các khâu có hằng số thời gian $\ge$ 0, 1giây trở lên coi là lớn ta phải để nguyên.
- Các khâu có hằng số thời gian 0.001(s) < T < 0.1 (s) gọi là hằng số thời gian nhỏ.

Khi đó ta có thể thay thế các khâu có hằng số thời gian nhỏ thành một khâu tương đương cùng loại với hằng số thời gian bằng tổng hằng số thời gian của các khâu nhỏ thành phần. $T_{td} = \sum_{i=1}^{n} T_i$

5.4.2. Hiệu chỉnh bằng phương pháp Modul tối ưu

Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là W_H (p). Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh W_{HC} (p) sao cho hàm truyền hệ thống kín W_K(p) với phản hồi (- 1)



Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{1}{2\tau^2p^2+2\tau p+1}$$

Trong đó: $W_K(p) = \dfrac{W_0(p)}{1+W_0(p)}$

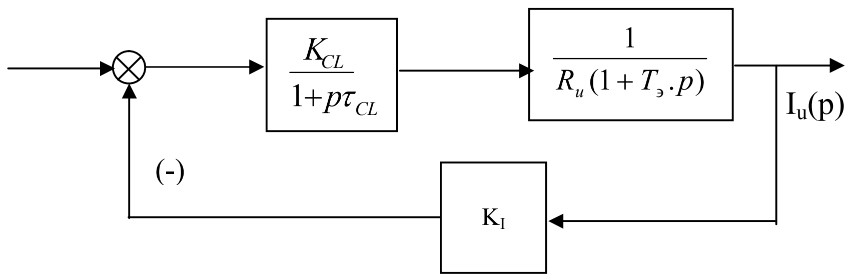
$$W_0(p) = W_H(p) \,.\, W_{HC}(p)$$

Thay vào ta tìm được

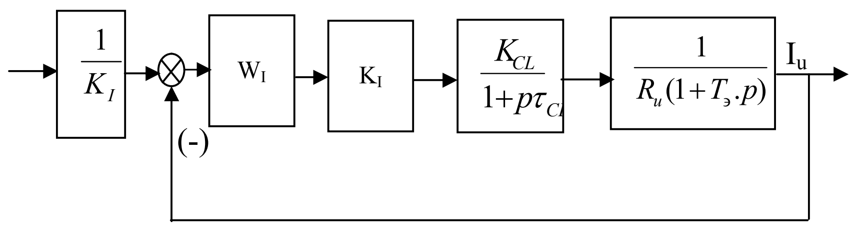
$$W_{HC} = \frac{1}{W_H\, 2\tau p(1+\tau p)}$$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_H để có thể giản ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn).

Ví dụ 5.1: Cho hệ có cấu trúc như hình vẽ hãy tìm khâu hiệu chỉnh theo phương pháp Modul tối ưu.



Biến đổi về phản hồi (-1) và đưa thêm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ vào hệ thống



Ta có:

$$\frac{\dfrac{K_I.K_{CL}}{R_u}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)} = \frac{K_{WI}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)} \quad (\tau_{CL} << T_э)$$

Với:

$$K_{WI} = \frac{K_I.K_{CL}}{R_u}$$

Như trên đã biết, theo tiêu chuẩn Môdul tối ưu ta phải tổng hợp hệ thống sao cho bù được các khâu có hằng số thời gian lớn. Trong hệ chỉ còn lại khâu có hằng số thời gian nhỏ và hàm truyền hệ kín phải thoả mãn điều kiện:

$$W_K(p) = \frac{W_H(p)}{1+W_H(p)} = \frac{1}{1+2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2}$$

$$1+\frac{1}{W_H(p)} = 1+2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2$$

Hay:

$$\Rightarrow W_H(p) = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p+2.\tau_\sigma^2.p^2} = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p(1+\tau_\sigma.p)}$$

Như vậy ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_I(p)$ sao cho:

$$\frac{K_{WI}}{(1+T_э P)(1+\tau_{CL}P)}.W_I(p) = \frac{1}{2.\tau_\sigma.p(1+\tau_\sigma.p)} = \frac{1}{2.\tau_{CL}.p(1+\tau_{CL}.p)}$$

(Bù khâu có hằng số thời gian lớn $T_э$)

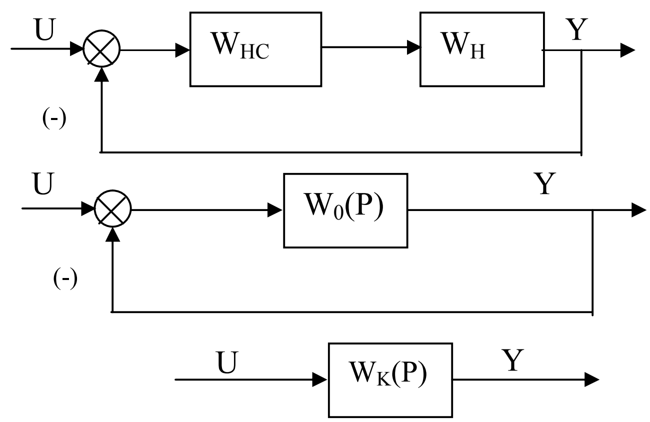
Hay:

$$\Rightarrow W_I(P) = \frac{(1+T_эP)(1+\tau_{CL}P)}{K_{WI}.2.\tau_{CL}.p(1+\tau_{CL}.P)} = \frac{1+T_эP}{P}.\frac{1}{2.K_{WI}.\tau_{CL}}$$

$$= \frac{T_э}{2.K_{WI}.\tau_{CL}}(1+\frac{1}{T_э.p})$$

Ta thấy rằng khâu hiệu chỉnh dòng điện là khâu PI

5.4.3. Hiệu chỉnh bằng phương pháp tối ưu đối xứng



Giả sử hệ thống có hàm truyền hệ hở là $W_H(p)$. Ta phải tìm khâu hiệu chỉnh $W_{HC}(p)$ sao cho hàm truyền hệ thống kín $W_K(p)$ với phản hồi đơn vị (- 1)

Thoả mãn điều kiện chuẩn sau:

$$W_K(p) = \frac{4\tau p+1}{8\tau^3p^3+8\tau^2p^2+4\tau p+1}$$

Trong đó: $W_K(p) = \dfrac{W_0(p)}{1+W_0(p)}$

$$W_0(p) = W_H(p) . W_{HC}(p)$$

Thay vào ta tìm được: $W_{HC} = \dfrac{4\tau p+1}{W_H 8\tau^2p^2(1+\tau p)}$

Để thiết bị hiệu chỉnh đơn giản ta chọn trùng với hằng số thời gian nào đó của W_{HC} để có thể giản ước được (bù được khâu có hằng số thời gian lớn).

Phương pháp này dùng hiệu chỉnh cho hệ thống có khâu tích phân. Nếu trong hệ không có khâu tích phân ta phải làm gần đúng về khâu tích phânbằng cách chọn hằng số thời gian có trong hệ là lớn nhất và làm gần đúng:

$$\frac{1}{T_Lp+1} \approx \frac{1}{T_Lp}$$

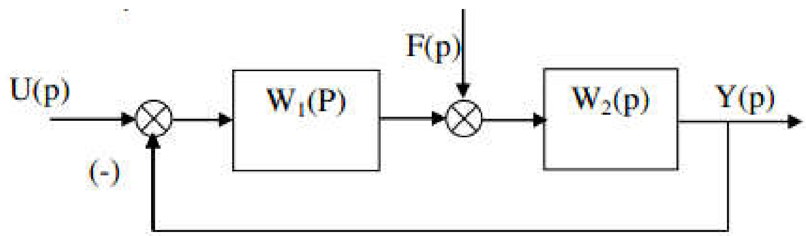
Sau khi hiệu chỉnh được hàm truyền của hệ kín có tử số là khâu vi phân làm tăng lượng quá điều chỉnh và số lần dao động (gây rung rật). Để khắc phục hiện tượng trên (hệ thống khởi động êm) ta đưa thêm khâu tiền xử lý mắc nối tiếp vào hệ có hàm truyền

$$W_{HCP} = \frac{1}{4\tau p + 1}$$

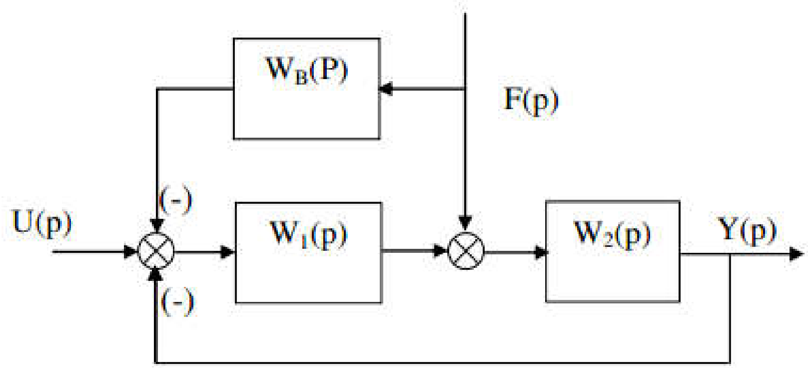
5.5. TỔNG HỢP HỆ THỐNG THEO PHƯƠNG PHÁP BÙ NHIỄU, BÙ TÍN HIỆU VÀO, PHÂN LY

5.5.1. Tổng hợp theo phương pháp bù nhiễu

Cho hệ có cấu trúc:



Để đầu ra của hệ không chịu ảnh hưởng bởi nhiễu F(p) hay hệ bất biến với nhiễu, ta đưa vào hệ khâu bù với cấu trúc như hình vẽ:



Hệ tuyến tính với hai đầu vào U(p) và F(p), sử dụng nguyên lý xếp chồng khi đầu vào là F(p), U(p) = 0 ta có:

$$\left[F(p) - \left[F(p)W_B(p) - Y(p)\right]W_1(p)\right]W_2(p) = Y(p)$$

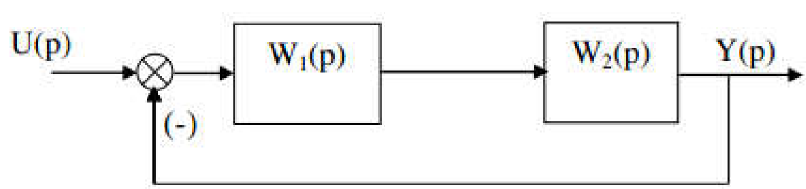
$$Y(p) = \frac{W_2(p) - W_1(p)W_2(p)W_B(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}F(p)$$

Để hệ bất biến với nhiễu thì tín hiệu ra Y(p) và tín hiệu vào F(p) phải bằng 0 nên

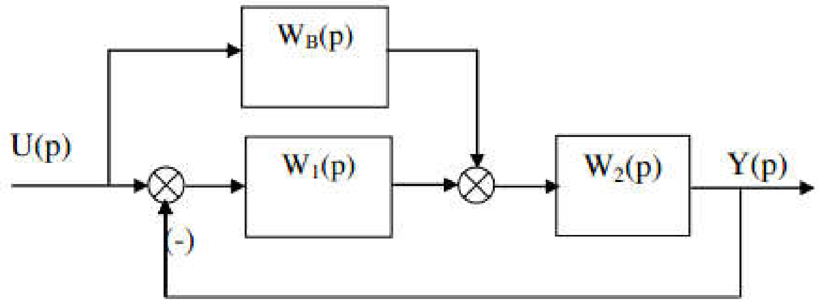
$$W_B(p) = \frac{1}{W_1(p)}$$

5.5.2. Tổng hợp theo phương pháp bù tín hiệu vào

Cho hệ có cấu trúc:



Mong muốn tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào của hệ ta đưa thêm vào hệ khâu bù với cấu trúc như sau:



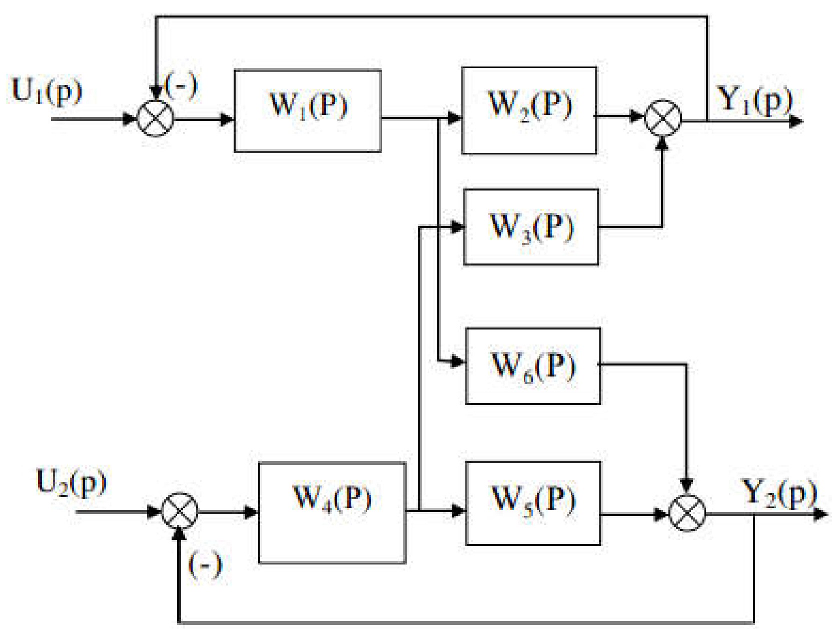
$$\left\{\left[U(p)-Y(p)\right]W_1(p)+U(p)W_B(p)\right\}W_2(p)=Y(p)$$

$$W(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{W_1(p)W_2(p)+W_B(p)W_2(p)}{1+W_1(p)W_2(p)}$$

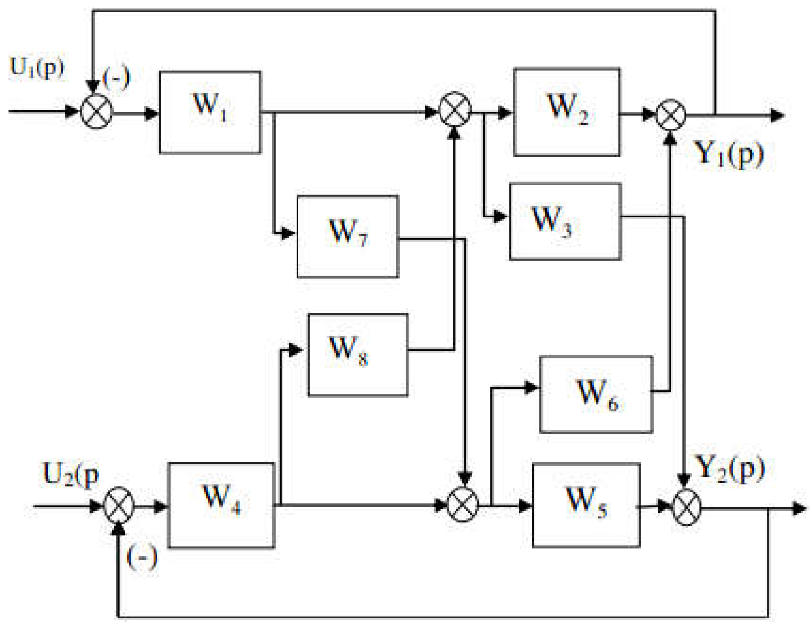
Để tín hiệu ra trùng với tín hiệu vào thì W(p)=1 hay $W_B(p)=\dfrac{1}{W_2(p)}$

5.5.3. Xác định điều kiện phân ly của hệ thống nhiều chiều

Trong thực tế có những đối tượng nhiều tín hiệu vào và nhiều tín hiệu ra, các tín hiệu ra này chịu ảnh hưởng của tất cả các tín hiệu vào. Không mất tính tổng quát, xét hệ MIMO (Multiple Input Multiple Output) gồm 2 tín hiệu vào và tín hiệu ra như hình vẽ:



Đầu ra $Y_1(p)$ và $Y_2(p)$ chịu ảnh hưởng của cả $U_1(p)$ và $U_2(p)$. Để đầu ra $Y_1(p)$ không chịu ảnh hưởng bởi $U_2(p)$ (bất biến với $U_2(p)$), đầu ra $Y_2(p)$ không chịu ảnh hưởng bởi $U_1(p)$ (bất biến với $U_1(p)$), ta đưa thêm vào hệ hai khâu hiệu chỉnh $W_7(p)$ và $W_8(p)$ như hình vẽ:



a) Xác định điều kiện bất biến của Y_1 với U_2:

Xét $U_2(p) = 0$, tính đầu ra $Y_1(p)$:

$$\left(\left(U_2 - Y_2\right)W_4W_8 - Y_1W_1\right)W_2 + \left(\left(U_2 - Y_2\right)W_4 - Y_1W_1W_7\right)W_6 = Y_1$$

Tín hiệu ra $Y_1(p)$ phải bằng 0 nên từ đó tìm được $W_8 = -\dfrac{W_6}{W_2}$

b) Xác định điều kiện bất biến của Y_2 với U_1:

Xét $U_1(p) = 0$, tính đầu ra $Y_2(p)$:

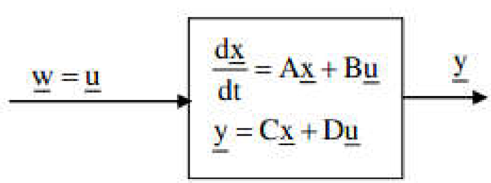
$$\left(\left(U_1 - Y_1\right)W_1W_7 - Y_2W_4\right)W_5 + \left(\left(U_1 - Y_1\right)W_1 - Y_2W_4W_8\right)W_3 = Y_2$$

Tín hiệu ra $Y_2(p)$ phải bằng 0 nên từ đó tìm được $W_7 = -\dfrac{W_3}{W_5}$

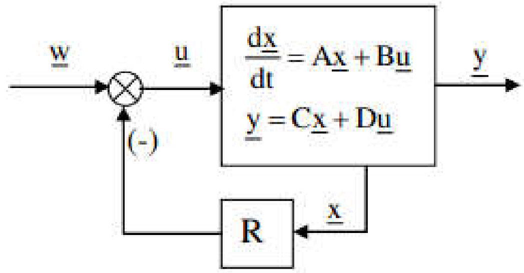
5.6. TỔNG HỢP HỆ THỐNG THEO PHƯƠNG PHÁP GÁN ĐIỂM CỰC

5.6.1. Theo nguyên tắc phản hồi trạng thái

Cho hệ có cấu trúc:



Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi trạng thái tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi trạng thái R sẽ có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{x}) = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w}$$

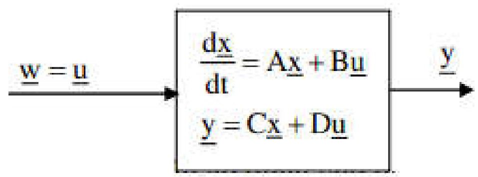
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận A – BR nhận n giá trị p_i cho trước làm các giá trị riêng hay:

$$\det(pI - (A - BR)) = (p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị.

5.6.2. Theo nguyên tắc phản hồi đầu ra

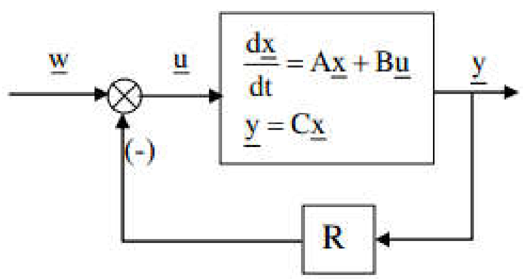
Cho hệ có cấu trúc :



Phương pháp này chỉ áp dụng cho hệ có có bậc m<n.

$$W(p)=\frac{b_0p^m + ... + b_m}{a_0p^n + ... + a_n}$$

Hệ có các điểm cực không mong muốn, nhiệm vụ thiết kế bộ phản hồi trạng thái tĩnh R sao cho hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực:



Hệ thống kín với bộ phản hồi đầu ra R sẽ có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B(\underline{w} - R\underline{y}) = (A - BRC)\underline{x} + B\underline{w}$$

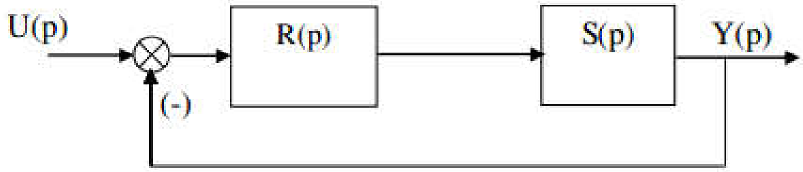
Lúc này việc xác định R để hệ nhận n giá trị p_i cho trước làm các điểm cực tương đương với việc tìm R để ma trận A – BRC nhận n giá trị p_i cho trước làm các giá trị riêng hay:

$$\det(pI-(A-BRC))=(p-p_1)(p-p_2)...(p-p_n)$$

Với I là ma trận đơn vị.

5.7. TỔNG HỢP HỆ THỐNG THEO PHƯƠNG PHÁP CÂN BẰNG MÔ HÌNH

Phương pháp cân bằng mô hình là phương pháp xác định bộ điều khiển R khi biết trước đối tượng S và hàm truyền cần có G của hệ thống kín. Việc xác định G xuất phát từ các chỉ tiêu chất lượng cần phải đạt được của hệ thống điều khiển.



$$W_K(p)=\frac{R(p)S(p)}{1+R(p)S(p)}=G(p)\rightarrow R(p)=\frac{G(p)}{S(p)[1-G(p)]}$$

- Tài liệu tham khảo:

[1]. Bộ môn Tự động hóa, khoa Điện, ĐH KTCN, Bài giảng Lý thuyết điều khiển tự động; 2010.

[2]. Phạm Công Ngô; Lý thuyết điều khiển tự động; NXB Khoa học và kỹ thuật Hà Nội; 1996.

[3]. Nguyễn Doãn Phước; Lý thuyết điều khiển tuyến tính; NXB khoa học và kỹ thuật Hà Nội; 2002.

[4]. Nguyễn Thương Ngô; Lý thuyết tự động thông thường và hiện đại - Quyển 1 hệ tuyến tính; NXB Khoa học và kỹ thuật Hà Nội; 2005.

[5]. Katsuhiko Ogata; Modern Control Engineering; Prentice Hall; 2010.